

Afb. 38. Kristallen van galeniet (A) en pyriet (C) met het kubische assenkruis (B).

lengte van lengte zijn. Door de gelijke verhoudingen krijgen de twee vlakken wel dezelfde indices.

Het terugvinden van vlakken met bekende Miller-indices

Als men zich een voorstelling wil maken van de ligging van een vlak met bekende Miller-indices t.o.v. de kristallografische assen van een kristal, dan kan men het best eerst de Miller-indices terugrekenen naar de overeenkomstige Weiss-parameters. Men krijgt daardoor immers de verhouding tussen het aantal eenheidscellen die voor het verkrijgen van dit vlak langs ieder van de assen gestapeld zijn. Een voorbeeld: is in afb. 38-A het vlak met de Miller-indices (110) nu vlak a, vlak d of vlak o van het galeniet-kristal?

De reciproken zijn in dit geval eenvoudig: $1a_1:1a_2:\infty a_3$ (het reciproke getal van 0 is ∞); het vlak snijdt dus gelijke stukken af van de $+a_1$ -as en van de $+a_2$ -as, en loopt evenwijdig aan de a_3 -as. Hoe het vlak dan ligt kan men zich voorstellen met behulp van het kubische assenkruis (galeniet is kubisch) in afb. 38-B. Het vlak (110) moet dus

het vlak d zijn in afb. 38-A; het vlak o heeft als indices (111), en vlak a is (100).

Een ander voorbeeld: van het eveneens kubische mineraal pyriet wordt vaak het vlak (210) beschreven; is dit het vlak a, e, s of o in afb. 38-C? De reciproken van (210) zijn respectievelijk $1/2, 1/1, 1/0$; vermenigvuldigen met 2 om de breuken weg te werken, en het bijvoegen van de letters van de assen in de juiste volgorde geeft $1a_1:2a_2:\infty a_3$. Volgens deze Weiss-parameters ligt het vlak dus evenwijdig aan de a_3 -as, en snijdt het tweemaal zoveel eenheden af van de $+a_2$ -as als van de $+a_1$ -as. Als men zich dat voorstelt aan de hand van het assenkruis in afb. 38-B moet men tot de conclusie komen dat het vlak (210) van pyriet overeenkomt met het vlak e in afb. 38-C: dit is een vlak van de pentagondodekaëder (zie ook afb. 29, en de voorplaat: daarop staat het vlak echter 90° gedraaid!). De andere vlakken in afb. 38-C zijn: a = (100), o = ($1\bar{1}1$), en s = (321).

Men moet er dus altijd aan blijven denken dat de getallen in de Miller-indices reciproken zijn van het relatieve aantal eenheden dat een vlak van de assen afsnijdt: in het voorbeeld betekent (210) dat dit vlak van de $+a_1$ -as het halve aantal eenheden afsnijdt van dat van de $+a_2$ -as!

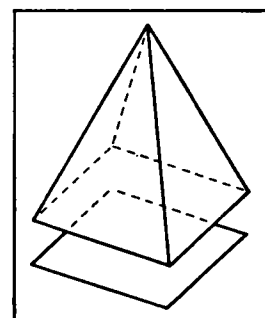
Kristalvormen en de vorm van kristallen

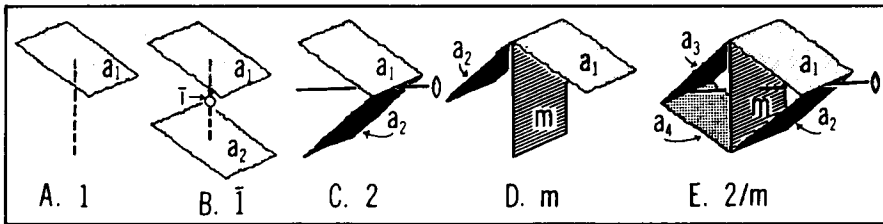
Drs. E.A.J. Burke
 Instituut voor Aardwetenschappen
 Vrije Universiteit, Amsterdam

Inleiding

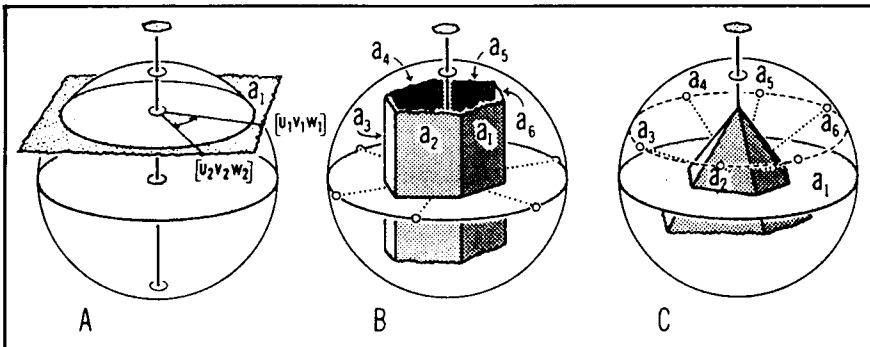
Een kristalvorm is een verzameling vlakken die gelijkwaardig zijn ten opzichte van de symmetrie-elementen van een kristal. Dit houdt in dat in een kristalvorm alle vlakken dezelfde positie en oriëntatie innemen t.o.v. die symmetrie-elementen, en dat in ideale kristallen alle vlakken van een kristalvorm dezelfde afmetingen en vorm hebben. De vier schuine driehoekige vlakken van de piramiden in Egypte zijn samen één kristalvorm, omdat zij eenzelfde hoek maken met de verticale 4-tallige as, en omdat zij dezelfde vorm en afmetingen hebben (afb. 39). Het basisvlak van de piramide hoort **niet** tot deze kristalvorm: het vlak maakt immers een totaal andere hoek met de as en het heeft een totaal andere vorm. In een vierzijdige piramide maakt het basisvlak deel uit van een andere, aparte kristalvorm!

Afb. 39. De vier schuine vlakken van een piramide maken deel uit van één enkele kristalvorm; het basisvlak is een andere, aparte kristalvorm.





Afb. 40. Verband tussen symmetrie-elementen en kristalvorm. In de vijf trikliene (A en B) en monokliene (C, D en E) kristalklassen wordt eenzelfde vlak a_1 herhaald tot vijf verschillende kristalvormen, respectievelijk pedion, pinakoïde, sfenoïde, doma en prisma.



Afb. 41. Verband tussen oriëntatie van een beginvlak en kristalvorm. A: een vlak a_1 , loodrecht op een 6-tallige as, wordt niet herhaald; richtingen (zoals $u_1v_1w_1$) worden wél herhaald; B: een vlak a_1 , evenwijdig aan een 6-as, wordt herhaald tot een prisma; C: een vlak a_1 , dat de 6-as snijdt (niet loodrecht, zie A), wordt herhaald tot een piramide.

Het aantal vlakken in een kristalvorm varieert van 1 tot 48. Het aantal vlakken is afhankelijk 1) van de kristalklasse waartoe het kristal behoort (en dus van het aantal symmetrie-elementen in die klasse), en 2) van de oriëntatie van de kristalvlakken t.o.v. de symmetrie-elementen.

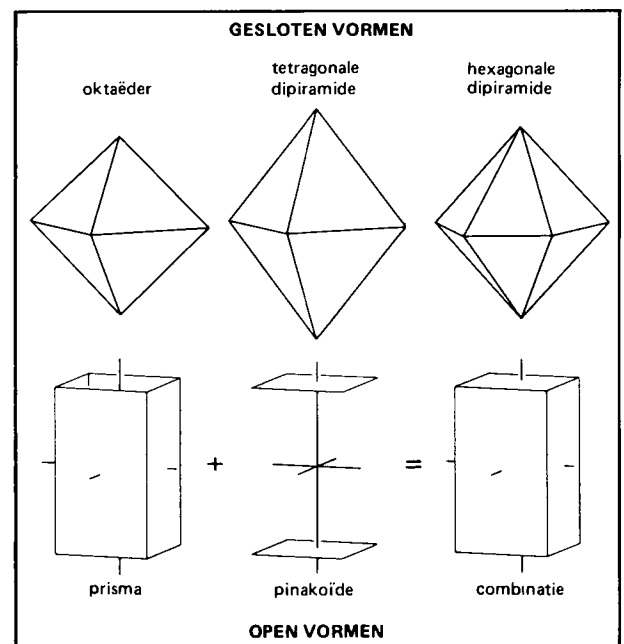
Invloed van de kristalklasse

De 32 kristalklassen zijn gebaseerd op de 32 mogelijke verschillende combinaties van symmetrie-elementen (zie tabel 1). Naarmate er meer symmetrie-elementen zijn, zal een kristalvorm uit meer vlakken bestaan, of: in een kristal met hogere symmetrie zullen er meer gelijkwaardige vlakken aanwezig zijn dan in een kristal met lagere symmetrie. Dit wordt aangetoond in afb. 40.

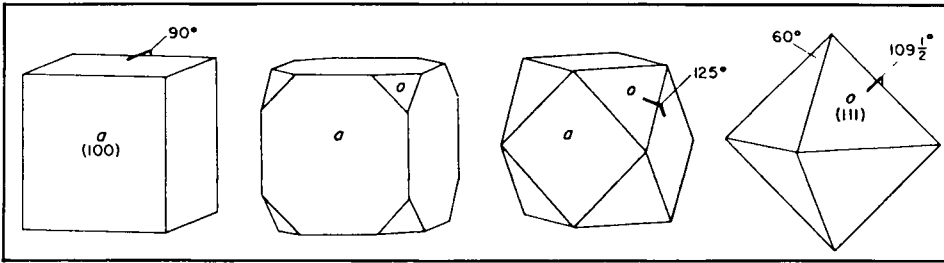
In de vijf verschillende kristalklassen van de trikliene en de monokliene kristalssystemen (klassen 1, $\bar{1}$, 2, m, 2/m) zullen we nagaan welke kristalvormen er ontstaan door de werking van de symmetrie-elementen op eenzelfde willekeurig vlak a_1 .

In de trikliene klasse 1 (afb. 40-A) is geen symmetrie aanwezig; het vlak a_1 wordt dus niet herhaald, en vormt op zich een éévlakkige vorm die **pedion** genoemd wordt. In de trikliene klasse $\bar{1}$ (afb. 40-B) is een symmetriecentrum aanwezig; dit inversiecentrum herhaalt het vlak a_1 in een tweede evenwijdig vlak a_2 . Een kristalvorm die bestaat uit twee evenwijdige vlakken noemt men een **pinakoïde**.

In de monokliene klasse 2 (afb. 40-C) is één 2-tallige as aanwezig; de werking van deze as herhaalt het vlak a_1 in het vlak a_2 . Deze beide vlakken vormen een **sfenoïde**, per definitie een kristalvorm van twee niet-evenwijdige vlakken die gelijkwaardig zijn t.o.v. een 2-tallige as. In de monokliene klasse m (afb. 40-D) herhaalt het spiegelvlak het vlak a_1 in het vlak a_2 ; het resultaat ziet er het-



Afb. 42. Open en gesloten vormen; van open vormen is er altijd meer dan één nodig om een volledig kristal te vormen.



zelfde uit als de sferoïde, maar wordt nu een **doma** genoemd, per definitie een kristalvorm van twee niet-evenwijdige vlakken die gelijkwaardig zijn t.o.v. een symmetrievlak.

In de monokliene klasse 2/m tenslotte (afb. 40-E) is een 2-tallige draai-as aanwezig met loodrecht daarop een symmetrievlak; het vlak a_1 wordt door de 2-tallige as herhaald in vlak a_2 , en het symmetrievlak herhaalt beide vlakken in a_3 en a_4 . Het resultaat is nu een **prisma**, per definitie een kristalvorm van minstens drie vlakken (in dit geval: vier) die elkaar volgens onderling evenwijdige ribben snijden.

Samenvattend: door het verschil in aanwezige symmetrie worden vanuit éénzelfde vlak a_1 vijf verschillende kristalvormen ontwikkeld; het aantal vlakken in, en de aard van een kristalvorm is afhankelijk van de aanwezige symmetrie-elementen.

Afb. 43. Kubus (links) en oktaëder (rechts) met daartussenin twee combinaties van beide in verschillende relatieve ontwikkelingen.

Involed van de oriëntatie t.o.v. de symmetrie-elementen

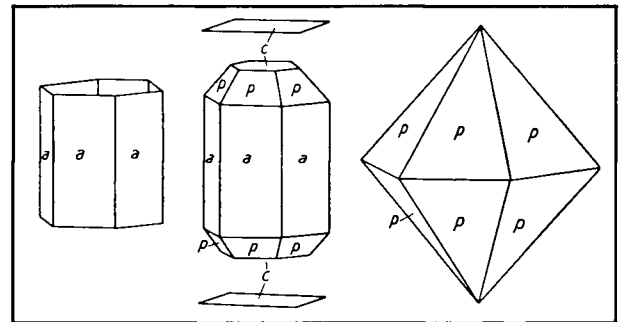
In afb. 41 wordt duidelijk gemaakt dat de oriëntatie van vlakken t.o.v. de symmetrie-elementen belangrijk is voor de daaruit volgende kristalvormen. In de drie gevallen wordt nu uitgegaan van dezelfde symmetrie: één verticale 6-tallige symmetrie-as.

In afb. 41-A ligt een vlak a_1 loodrecht op die 6-tallige as. Het vlak wordt niet herhaald, het draait alleen maar rond; we hebben een éénvlakkige vorm, het **pedion**.

In afb. 41-B ligt een vlak a_1 nu evenwijdig aan die 6-tallige as. Door de werking van de as ontstaan de vlakken a_2 t/m a_6 . Het resultaat is een hexagonaal **prisma**, want de zes vlakken snijden elkaar volgens onderling evenwijdige ribben.

Als een vlak a_1 een willekeurige hoek maakt met de 6-tallige as (afb. 41-C), zorgt de werking van die as eveneens voor de vlakken a_2 t/m a_6 , nu echter tot de vorm van een **piramide**: per definitie een kristalvorm van minstens drie vlakken die elkaar in een punt snijden.

Een vlak dat loodrecht op een symmetrievlak ligt, wordt uiteraard niet herhaald en vormt dus een pedion. Een vlak loodrecht op een inversie-as wordt door de inversiewerking van die assen **wel** herhaald in een tweede even-

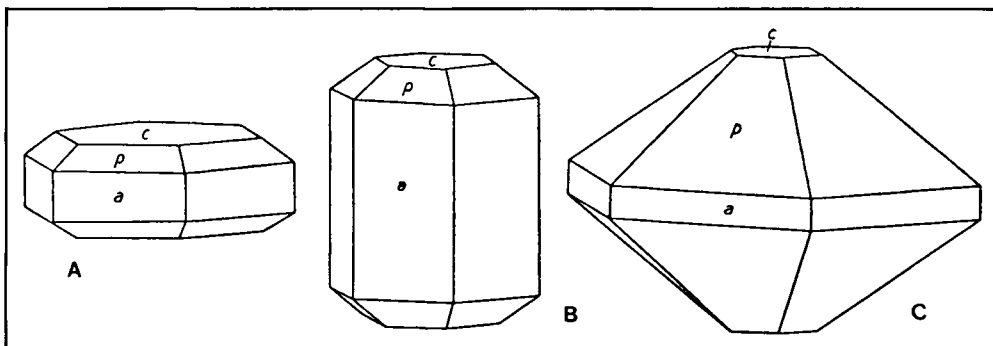


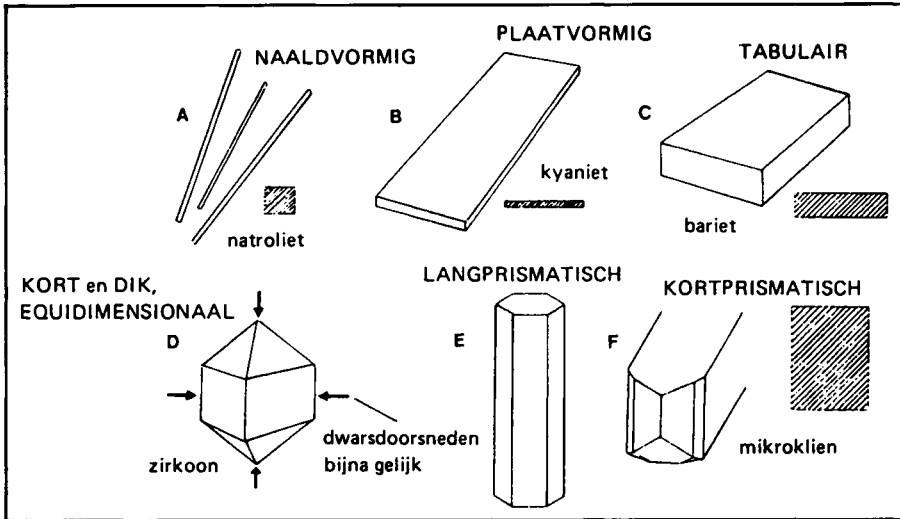
Afb. 44. In het midden is een kristal getekend dat bestaat uit een combinatie van drie kristalvormen: hexagonaal prisma a , hexagonale dipiramide p , en pinakoïde c .

wijdig vlak: samen vormen die twee vlakken een pinakoïde.

Opmerking. In de vorige paragrafen, en ook wel elders in dit nummer, is een aantal malen gezegd, en zal worden gezegd dat "een vlak herhaald wordt door symmetrie-elementen". Dat is eigenlijk onjuist. De vlakken van een kristal worden immers gevormd door de kristalstructuur: de verdeling van de vlakken aan een kristal wordt bepaald door de symmetrie die in de inwendige bouw aanwezig is. Die verdeling van vlakken geeft een kristal een bepaalde uitwendige symmetrie, die wij kunnen vertalen in symme-

Afb. 45. Drie kristallen met dezelfde combinatie van de drie kristalvormen uit afb. 44, maar in verschillende relatieve ontwikkeling. De habitus van kristal A is pinakoïdaal, die van kristal B is prismatisch, en die van kristal C is dipiramidaal.





Afb. 46. Verschillende typen van habitus in kristallen.

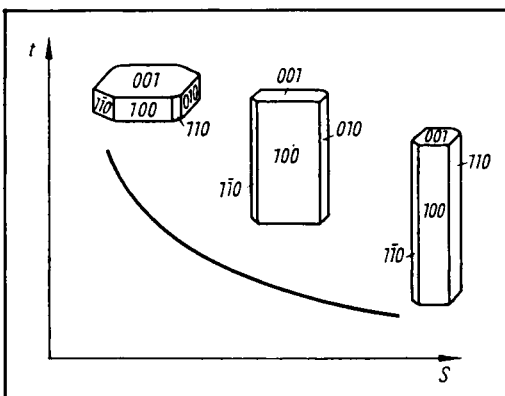
trie-assen en -vlakken. Daardoor ontstaat ook het beeldend taalgebruik dat "vlakken door symmetrie-elementen herhaald worden".

Open en gesloten vormen

De tot nu toe vermelde kristalvormen – pedion, pinakoïde, sfenoïde, doma, prisma en piramide – noemt men **open** kristalvormen omdat zij niet op zichzelf een volledig kristal kunnen vormen: er ontbreekt immers altijd minstens één vlak. Bij een piramide ontbreekt het ondervlak (zie afb. 39), bij een prisma ontbreken boven- en ondervlak, enz. De kubus daarentegen is een **gesloten** vorm; een gesloten vorm kan geheel op zich een kristal vormen. Afb. 42 geeft een aantal voorbeelden van gesloten en open vormen. In de bovenste rij dienen oktaëder, tetragonale en hexagonale dipiramide als voorbeelden van gesloten vormen.

In de onderste rij zijn prisma en pinakoïde open vormen; een **combinatie** van open vormen kan natuurlijk wel een kristal vormen!

Afb. 47. Verandering van de habitus van kyaniet in relatie met de temperatuur (t) en de oververzadiging (s). De habitus bij hogere temperatuur is tabulair, die bij hogere oververzadiging is langprismatisch.

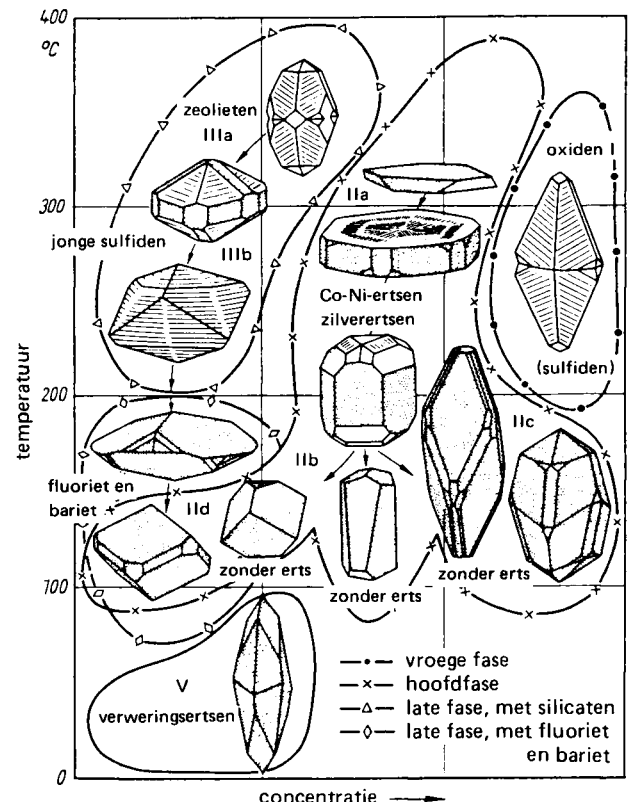


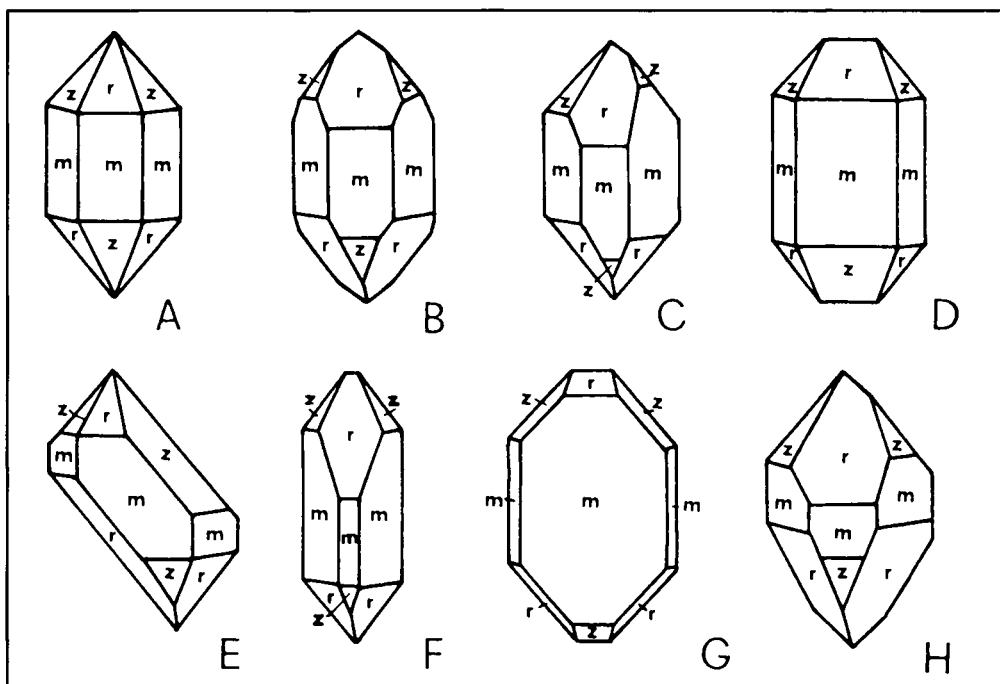
In de kristallografie zijn er maar 18 verschillende typen van open vormen en 30 verschillende typen van gesloten vormen: in totaal zijn er dus maar 48 verschillende typen van kristalvormen.

Combinatie van vormen in kristallen

Kristallen waarin open vormen voorkomen moeten uiteraard meer dan één vorm bezitten om een gesloten geheel te kunnen vormen (afb. 39, afb. 42).

Afb. 48. De habitus van calcietskristallen in ertsgangen van de westelijke Harz (BRD) in relatie tot temperatuur, verzadiging en voorkomen met andere mineralen.





Afb. 49. De habitus van kwartskristallen in verband met de relatieve ontwikkeling van de drie kristalvormen *m*, *r* en *z* (A: ideaal kristal) en misvorming. Vergelijk ook met afb. 5 en 6.

Maar ook in het geval van gesloten vormen komen meestal meerdere vormen tegelijk in één kristal voor. Dergelijke kristallen vertonen dan een uiterlijk dat een **combinatie** is van de samenstellende vormen. Een combinatie van vormen wijzigt het uiterlijk van de vlakken van de afzonderlijke kristalvormen nogal ingrijpend; niet alleen de vorm van de vlakken wordt sterk veranderd, maar ook hun afmetingen. Daardoor wordt het herkennen van de kristalvormen en hun combinaties erg bemoeilijkt. Een voorbeeld van deze veranderingen wordt in afb. 43 gegeven. Daarin staat links een kubus afgebeeld, en rechts een oktaëder.

De twee kristallen daartussen zijn voorbeelden van de combinatie van kubus en oktaëder in verschillende relatieve ontwikkelingen.

In afb. 44 staat in het midden een hexagonaal kristal dat bestaat uit een combinatie van drie kristalvormen: het hexagonale prisma *a*, de hexagonale dipiramide *p*, en een pinakoïde *c*. Door een verschil in ontwikkeling van deze kristalvormen kunnen kristallen ontstaan die qua uiterlijk nogal wat van elkaar verschillen. Afb. 45-B is identiek aan het kristal in het midden van afb. 44: hierin is het prisma *a* relatief het sterkst ontwikkeld. In afb. 45-A is de pinakoïde *c* relatief sterk ontwikkeld, en in afb. 45-C de dipiramide *p*. Het resultaat van deze verschillende ontwikkeling van kristalvormen in eenzelfde combinatie zijn kristallen met een verschillende **habitus**.

Habitus: de vorm van kristallen

De uiterlijke vorm die een kristal krijgt door de relatieve ontwikkeling van de gecombineerde kristalvormen noemt men de **habitus** van een kristal; dit is een nuttig woord, want anders krijgt men in het Nederlands de volgende

verwarrende woordspeling: de kristalvormen bepalen de vorm van kristallen. In afb. 44 en 45 zijn al wat voorbeelden gegeven hoe groot het verschil in habitus van kristallen kan zijn met de combinatie van dezelfde kristalvormen, maar in verschillende relatieve ontwikkeling.

De uiteindelijke vorm van een kristal, de habitus, is het resultaat van twee factoren: **welke** vlakken vormen zich (= kristalvormen), en **wat** is hun relatieve ontwikkeling. Beide factoren zijn afhankelijk van zowel de kristalstructuur (welke richting heeft de sterkste bindingskracht), als van zaken zoals oververzadiging, aanwezigheid van bepaalde onzuiverheden, temperatuur, druk, vloeirichting, zwaartekracht.

De habitus van kristallen wordt beschreven (afb. 46) in termen als naaldvormig, plaatvormig, tabulair, equidimensionaal, prismatisch, enz.

Verder noemt men de habitus van kristallen vaak naar de dominante kristalvorm; zo zegt men van het kristal in afb. 45-A dat het een pinakoïdale habitus heeft, dat van afb. 45-B heeft dan een prismatische habitus, en dat van afb. 45-C een dipiramidale habitus.

Tenslotte worden er voor de omschrijving van de habitus zeer veel fantasienamen gebruikt, die echter soms heel beeldend zijn: de hondetand-habitus van calciet, de nagelkop-habitus van calciet.

Als illustratie van het verband tussen habitus en een aantal factoren volgen hier nog een paar voorbeelden. In afb. 47 is het verband tussen drie zaken weergegeven: enerzijds de habitus van het mineraal kyaniet (Al_2SiO_5), en anderzijds de temperatuur *t* en de oververzadiging *s* van de oplossing waaruit de kristallen groeien. En afb. 48 toont de verschillende habitus van calciet-kristallen in ertsgangen van de Harz als functie van temperatuur, verzadiging en het voorkomen met andere mineralen.

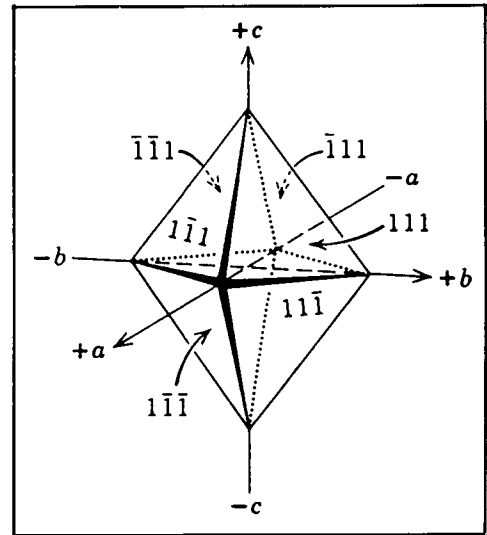
Tenslotte nogmaals een waarschuwing over de mogelijkheden en de onmogelijkheden van de kristalmorfologie. In afb. 49-A staat een eenvoudig, ideaal kristal van kwarts getekend: er zijn drie kristalvormen aanwezig, het hexagonale prisma *m*, en de twee rhomboëders *r* en *z* (resp. positief en negatief vgl. afb. 25). Dit relatief eenvoudige kwartskristal krijgt de meest bizarre habitus door verandering van twee factoren: de relatieve ontwikkeling van de drie kristalvormen en enige misvorming (vooral duidelijk

in D, E en G); als men niet beter zou weten door andere eigenschappen bepaalt men de kristallen D en G als orthorhombisch, en kristal E als monoklien!

Benoeming van kristalvormen

Een kristalvorm kan op drie verschillende manieren benoemd worden. De 48 verschillende typen van kristalvormen hebben ieder een eigen naam, soms eenvoudig, bv. pedion, kubus, soms niet eenvoudig, bv. tetraëdrische pentagondodekaëder. Een tweede manier van benoemen van kristalvormen is nodig omdat men in tekeningen niet alle namen voluit kan schrijven; dan worden kristalvormen met een letter aangeduid, zoals bv. de letters c, p en a in afb. 44 en in afb. 45. Deze letteraanduidingen van de kristalvormen zijn natuurlijk internationaal gestandaardiseerd.

De derde manier van naamgeving van kristalvormen gebeurt met Miller-indices. Een kristalvorm wordt dan genoemd naar de indices van het vlak in de vorm, dat zoveel mogelijk positieve zijden van de assen snijdt. In afb. 50 is een orthorhombische dipiramide getekend (= dubbele piramide met een ruit als grondvlak; symmetrie $2/m\ 2/m\ 2/m$); die vorm bevat acht vlakken. Van zes van de acht vlakken zijn de Miller-indices gegeven, duidelijkheidshalve zonder de bijbehorende ronde haakjes. De vorm wordt dan genoemd naar het vlak $\{111\}$, het enige vlak dat de positieve zijden van de drie kristallografische assen a, b en c snijdt. Dit vlak wordt door de symmetrie-elementen (niet getekend in afb. 50, maar zie afb. 17) "herhaald" in de 7 overige vlakken van de vorm. Om



Afb. 50. Orthorhombische dipiramide $\{111\}$ met de Miller-indices van zes van de acht vlakken.

verwarring met het afzonderlijke vlak $\{111\}$ te voorkomen, plaatst men de indices van een kristalvorm tussen accoladen: $\{111\}$. In afb. 43 zijn de drie nomenclatuursystemen verenigd: de kubus = de vorm $a = \{100\}$; de oktaëder = de vorm $o = \{111\}$.

Overzicht van de 48 kristalvormen

Drs. E.A.J. Burke
 Instituut voor Aardwetenschappen
 Vrije Universiteit, Amsterdam

Inleiding

Er zijn 18 verschillende typen van open kristalvormen, en 30 verschillende typen van gesloten kristalvormen. In het kubische kristalstelsel komen alleen gesloten vormen voor, en wel de 15 karakteristieke typen die enkel in dat systeem kunnen voorkomen. In de triklien- en de monoklien- systemen komen alleen open vormen voor. In de hexagonale, tetragonale, trigonale en orthorhombische systemen komen zowel open als gesloten kristalvormen voor.

OPEN VORMEN

Pedion, pinakoïde, doma en sfenoïde

Deze vier eenvoudige open vormen zijn reeds opgesomd naar aanleiding van afb. 40, zie aldaar.

Prisma's

En prisma is een kristalvorm die per definitie bestaat uit drie of meer vlakken die elkaar volgens onderling even-

wijdige ribben snijden. Het aantal gelijkwaardige vlakken in een prisma kan 3, 4, 6, 8 of 12 zijn. Op grond van de vorm van hun dwarsdoorsnede worden de prisma's ingedeeld in de volgende typen: a) orthorhombisch of monoklien prisma met ruitvormige doorsnede (afb. 51-a); b) trigonaal, tetragonaal en hexagonaal prisma (afb. 51-b, -c, -d): de dwarsdoorsnede is resp. een gelijkzijdige en gelijkhoekige driehoek, een vierkant en een gelijkzijdige en gelijkhoekige zeshoek; c) ditrigonaal, ditetragonaal en dihexagonaal prisma (afb. 52): het aantal vlakken is nu verdubbeld (di = twee of dubbel) tot resp. 6, 8 en 12, en de dwarsdoorsneden hebben **geen** gelijke hoeken tussen de vlakken als in afb. 51; er is nu een afwisseling van meer en minder stompe hoeken. Let er op dat er in de laatste gevallen **geen** 8- of 12-tallige symmetrie is, maar een **ditetragonale** en **dihexagonale** symmetrie.

Piramiden

Een piramide is per definitie een kristalvorm die bestaat uit drie of meer vlakken die elkaar in een punt snijden. Van piramiden komen dezelfde typen voor als van de prisma's, zij het dat in het monoklien- systeem geen piramiden voorkomen. Er zijn dus trigonale, tetragonale,