

Symmetrie, kristalklassen en kristalsystemen

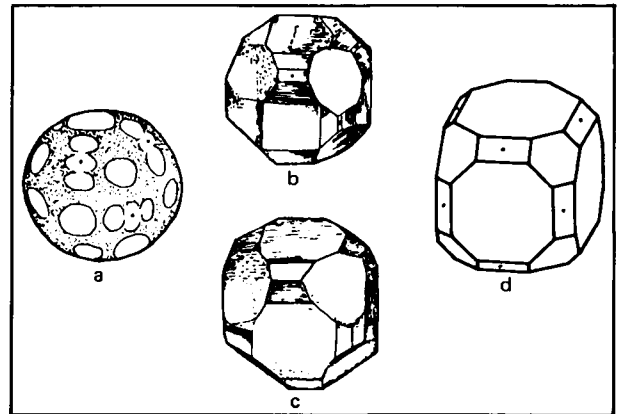
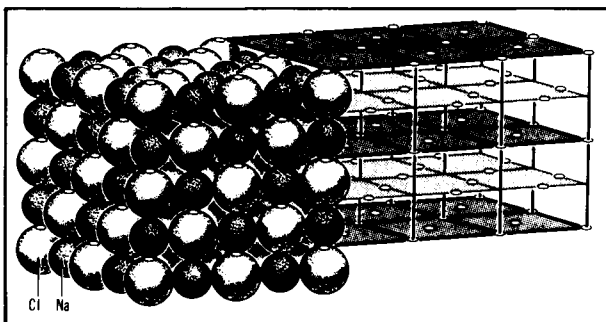
Drs. E.A.J. Burke
Instituut voor Aardwetenschappen
Vrije Universiteit, Amsterdam

Kristallen en kristallijne stoffen

Kristallen zijn vaste stoffen die begrensd worden door regelmatige platte vlakken. De vorming van deze vlakken is niet willekeurig, maar staat in verband met de inwendige bouw van deze stoffen (afb. 1). Een regelmatige rangschikking in drie dimensies van atomen en/of ionen bevat altijd richtingen en vlakken waarlangs deze atomen en/of ionen tijdens de groei een kleinere of grotere aantrekkingskracht zullen ondervinden dan langs andere richtingen en vlakken. Als de aangroei van de vaste stof onbelemmerd kan gebeuren, zal deze stof door regelmatige platte vlakken begrensd worden. Zelfs als men van een eerder gevormde vaste stof een bol slijpt, dan zullen er bij de hervatting van de groei platte vlakken ontstaan (afb. 2), een duidelijke vertaling van de interne ordening van atomen en/of ionen volgens vlakken (afb. 1).

Vaste stoffen die na onbelemmerde groei begrensd zijn door platte vlakken noemt men **kristallijn**: zij hebben een geordende rangschikking van atomen en/of ionen. Kristallijne stoffen vormen echter niet altijd mooie kristallen; als zij niet vrijuit kunnen groeien, zullen ze slechts gedeeltelijk of helemaal niet door vlakken begrensd zijn (afb. 3). Ondanks het ontbreken van deze mooie vlakken kan de kristallijne aard van deze vaste stoffen toch altijd met optische methoden of met röntgendiffractie vastgesteld worden.

Afb. 1. De ordening van natrium- en chloorionen in de kristalstructuur van keukenzout, NaCl, het mineraal haliet. Op de contacten van chloorionen met bovenliggende natriumionen is een cirkeltje getekend. In de rechterzijde van de afbeelding zijn de ionen weggelaten, en zijn slechts die contactpunten weergegeven. Deze punten vormen een rooster: door onderlinge verbinding van de punten worden roostervlakken gemaakt. Het rooster van de contactpunten geeft een beeld van de symmetrie, van het herhalingsschema in de NaCl-structuur. Let op het verschil tussen de woorden "structuur" en "rooster". De verdeling van de ionen (links) stelt de structuur van de NaCl voor; de verdeling van punten (rechts) stelt het rooster voor.



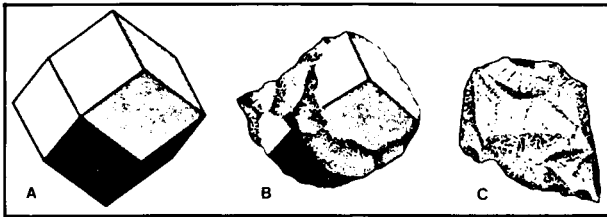
Afb. 2. Aan een kunstmatig bol gemaakt lichaam van een kristallijne stof groeien platte vlakken, een gevolg van de ordening van atomen in de kristalstructuur.

Amorfe stoffen kunnen nooit kristallen vormen, omdat zij de daarvoor noodzakelijke interne ordening niet hebben. Bekende voorbeelden van amorfe stoffen zijn opaal en chrysocol.

Mineralen zijn maar een kleine groep van de vaste stoffen die kristallijn zijn, stoffen die kristallen kunnen vormen: mineralen zijn de anorganische (niet door biologische processen gevormde) vaste stoffen die in de natuur voorkomen; van dergelijke stoffen zijn er thans maar zo'n 3.300 bekend. Er zijn vele honderdduizenden kristallijne stoffen die niet in de natuur voorkomen, of die in de natuur door organische processen gevormd worden. De kristallen van deze stoffen (afb. 4) zijn wat betreft hun vorm of hun symmetrie in niets te onderscheiden van de kristallen van mineralen. De kristallografie is dus bij lange na niet alleen in de geologie belangrijk!

Ideale kristallen

De begrenzing met platte vlakken ontbreekt heel vaak aan kristallijne vaste stoffen omdat er geen onbelemmerde groei mogelijk was. Maar zelfs als vaste stoffen zich volkomen vrij en ongehinderd kunnen vormen, kan het eindresultaat verrassende verschillen vertonen (afb. 5): kristallen kunnen misvormd zijn. Er zijn veel oorzaken voor een dergelijke misvorming; de belangrijkste zijn onzuiverheden, bepaalde stromingsrichtingen in de vloeistof waaruit de kristallen groeiden, en de zwaartekracht. De misvorming van kristallen maakt hun herkenning er niet bepaald eenvoudiger op. Maar met een grote boog lopen wij snel om deze problemen heen, door in dit Gea-nummer (zoals overigens in alle teksten over kristallografie) slechts over **ideale** kristallen te spreken. Ideale kristallen zijn kristallen

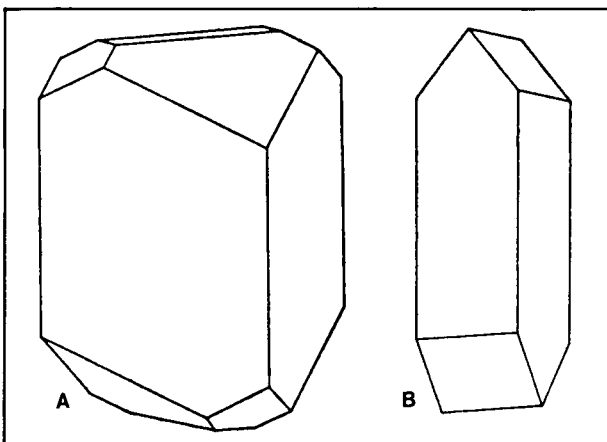


Afb. 3. A: Euhedrisch kristal; B: subhedrisch kristal; C: anhedrisch kristal.
Slechts bij volkomen vrije groei worden kristallijne stoffen volledig door platte vlakken (zoals in A) begrensd.

waarin vergelijkbare vlakken en ribben even groot zijn, en even ver van het middelpunt van het kristal verwijderd zijn (afb. 6). In de natuur zijn ideale kristallen uiteraard eerder uitzondering dan regel, al zullen er wellicht wat micromounters zijn die het met deze stelling grondig oneens zijn.

De misvorming van kristallen heeft echter ook geleid tot het opstellen van de **eerste hoofdwet van de kristalmorfologie** (= de leer van de kristalvormen). De Deen Niels Stensen (in het Latijn Nicolaus Steno) publiceerde in 1669 zijn bevindingen aan een groot aantal kristallen van de mineralen kwarts en spinel. Steno had vastgesteld dat, ongeacht herkomst, grootte en/of misvorming van die kristallen, de hoek tussen twee overeenkomstige vlakken aan al die kristallen altijd dezelfde waarde had (afb. 7, zie ook afb. 6). Deze proefondervindelijke gegevens kregen later de naam van de Wet van Steno: de wet van de constantheid van tweevlakshoeken, of: de hoek tussen twee overeenkomstige vlakken is gelijk voor alle kristallen van eenzelfde stof. Steno had maar een paar mineralen bekeken; de Franse mineraloog Romé de l'Isle breidde deze wet in 1772 uit voor een groot aantal mineralen, en thans weten wij dat deze wet voor alle kristallijne stoffen geldt. In het licht van onze huidige kennis is de verklaring van de Wet van Steno vrij eenvoudig; omdat de vlakken een uiting zijn van de ordening in de interne bouw, zullen de hoeken tussen overeenkomstige vlakken aan alle kristallen van een enkele vaste stof altijd gelijk zijn. Al die verschillende kristallen hebben immers dezelfde interne bouw.

Afb. 4. A: Kristal van een synthetische anorganische verbinding (kwikcyanide); B: kristal van een organische verbinding (ureum).

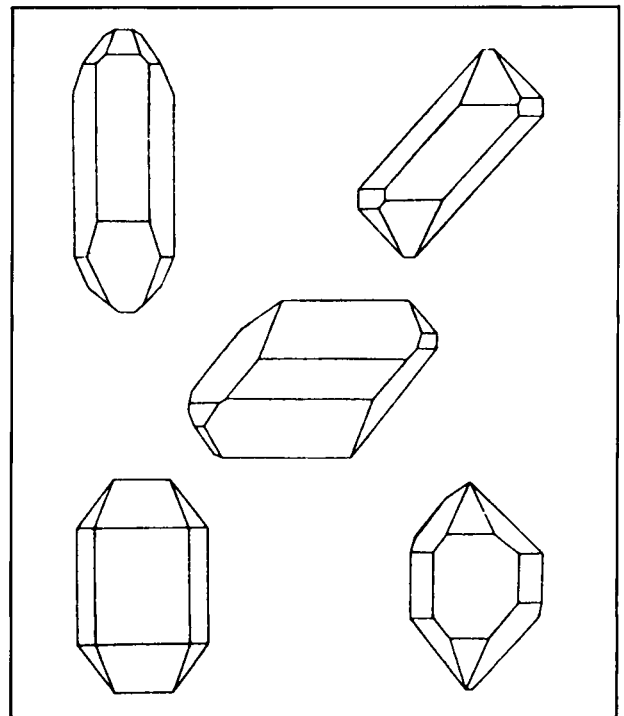


U kunt deze belangrijke wet in de kristallografie voor uzelf opnieuw ontdekken door het artikel van W.F.K. Mann in dit nummer over het meten van hoeken aan kristallen in de praktijk te brengen!

Symmetrie

Het begrip symmetrie is niet zo eenvoudig uit te leggen, maar toch kent iedereen het. Een patroon van tekens en omtrekken zoals weergegeven in afb. 8 zal iedereen onmiddellijk als symmetrisch ervaren, terwijl een verdeling als in afb. 9 wel asymmetrisch genoemd moet worden. Symmetrie is een regelmatige en systematische herhaling van iets; in afb. 8 zijn de tekens elkaars spiegelbeeld t.o.v. een denkbeeldig verticaal vlak, dat loodrecht op de tekening staat: linker- en rechterhelft van afb. 8 zijn elkaars spiegelbeeld.

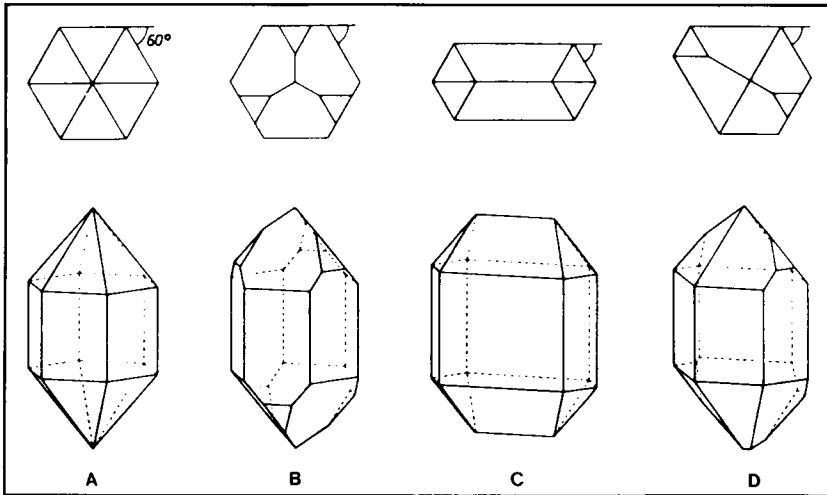
In de kristalmorfologie bestaat symmetrie uit de regelmatige herhaling van vlakken, ribben en hoekpunten aan kristallen.



Afb. 5. Misvormde kristallen van het mineraal kwarts; in de vijf kristallen zijn dezelfde vlakken aanwezig, maar met een verschillende ontwikkeling.

Luciferdoosje

Het terugvinden van symmetrie in kristallen wordt veel makkelijker als men er niet alleen over leest of praat, maar als men tegelijkertijd een kristal in de hand kan houden. Abstracte begrippen worden dan meteen heel concreet, en dat is de bedoeling. De meesten onder u hebben het zich waarschijnlijk nooit gerealiseerd, maar een luciferdoosje vertegenwoordigt een algemeen verkrijgbare kristalvorm waaraan de symmetrie van kristallen uitstekend toegelicht kan worden. Om alle niet-kristallografische invloeden te



Afb. 6. Bovenanzichten en perspectieftekeningen van vier kwartskristallen. De kristallen A en B zijn ideale kristallen; de kristallen C en D zijn misvormde kristallen, afgeleid van respectievelijk A en B.

weren is het wellicht handig om de zes vlakken van het doosje van eenzelfde kleur te voorzien.

In kristalvormen kunnen er drie soorten symmetrie aanwezig zijn: 1) symmetrie ten opzichte van een vlak; 2) symmetrie ten opzichte van een lijn; 3) symmetrie ten opzichte van een punt. Een luciferdoosje heeft deze drie soorten symmetrie.

Symmetrie t.o.v. een vlak

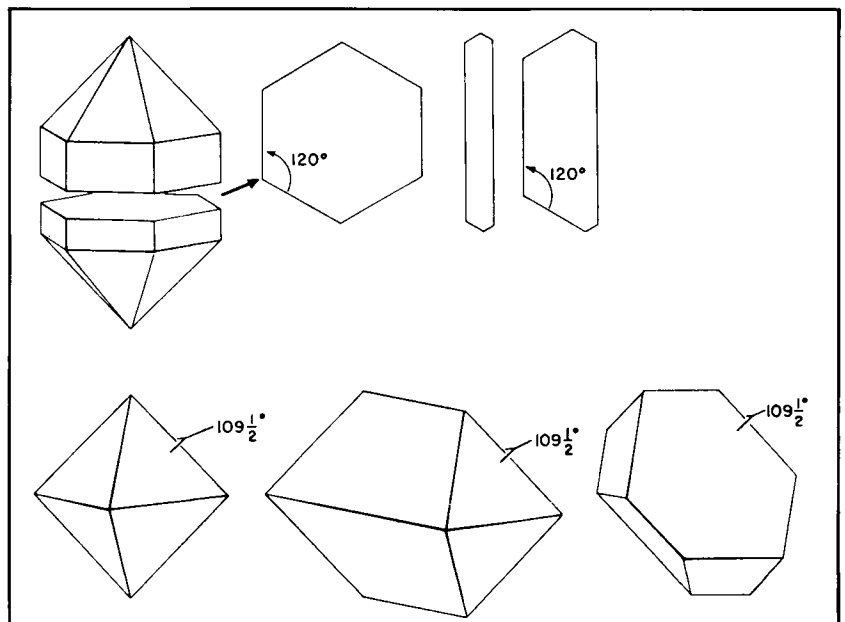
Een kristal is symmetrisch t.o.v. een vlak als men dat kristal door middel van een denkbeeldig vlak in twee gelijke helften kan delen, die bovendien elkaars spiegelbeeld moeten zijn.

Concrete toepassing: een luciferdoosje kan met een vlak op drie verschillende manieren doormidden gedeeld worden in gelijke helften die elkaars spiegelbeeld zijn (afb. 10-A, B, C). Als men de moeite zou nemen om een luciferdoosje inderdaad op een van de drie manieren letterlijk doormidden te zagen, en men zet dan één van die helften met zijn zaagkant tegen een spiegel aan, dan zal

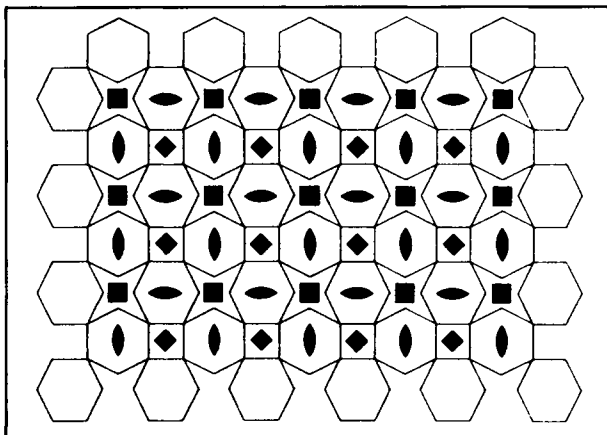
men de indruk krijgen dat het hele doosje weer compleet is! Dat is erg belangrijk, want er zijn nog een aantal manieren (zes om precies te zijn) om een luciferdoosje in twee gelijke helften te delen (afb. 11), maar die helften zijn niet elkaars spiegelbeeld! Zet men zo'n helft tegen een spiegel aan (vooral doen als het u niet duidelijk is), dan ziet men een wel heel vreemd luciferdoosje in die spiegel. Om een voor de hand liggende reden noemt men zo'n denkbeeldig vlak, dat een kristal kan verdelen in twee gelijke helften die elkaars spiegelbeeld zijn, een **spiegelvlak** of een **symmetrievlak** (in tekeningen afgekort tot de letter s van spiegel, of in Angelsaksische literatuur tot de letter m van mirror, spiegel). Een luciferdoosje heeft drie van die vlakken (afb. 10), en nu ziet u ook meteen dat het symmetrische patroon van afb. 8 ook een dergelijk vlak bezit. Onze kennis kunnen we nu direct toepassen op een paar andere kristallen (afb. 12).

Symmetrie t.o.v. een lijn of een as

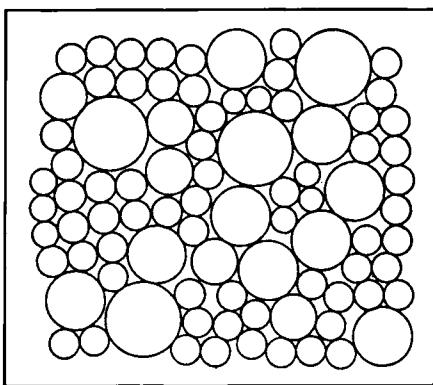
Een kristal is symmetrisch t.o.v. een lijn of een as als er met dat kristal, na draaiing over een bepaalde hoek langs



Afb. 7. De wet van Steno.
Bovenste rij: ideaal kwartskristal (links) met doorsnede, twee doorsneden van misvormde kristallen.
Onderste rij: ideaal kristal van spinel (links) en twee misvormde kristallen.
De hoek tussen twee overeenkomstige vlakken blijft gelijk.



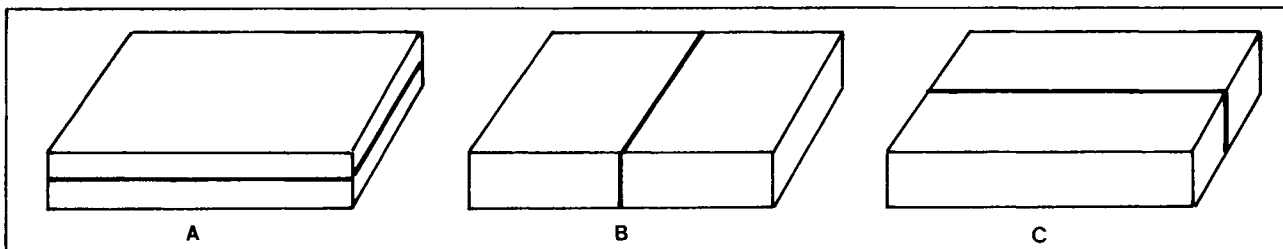
Afb. 8. Symmetrisch patroon: regelmatige herhaling van tekens en omtrekken.



Afb. 9. Asymmetrisch patroon: willekeurige verdeling van cirkels.

een denkbeeldige lijn of as door dat kristal, voor de toeschouwer niets veranderd lijkt te zijn. Terug naar het luciferdoosje (afb. 13). Loodrecht door het middelpunt van ieder van de drie stellen vlakken kan men zich een as denken waarlangs het doosje 180° kan gedraaid worden; als men het draaien met gesloten ogen uitvoert, lijkt er na het openen van de ogen niets gewijzigd (als de 6 vlakken dezelfde kleur hebben): men ziet het doosje op dezelfde manier. Men zegt dat "het kristal na draaiing samenvalt met zichzelf", of dat "het kristal zichzelf dekt". Met een rechthoekige tafel kunt u hetzelfde

Afb. 10. De drie vlakken die een luciferdoosje in twee gelijke helften kunnen verdelen die elkaars spiegelbeeld zijn.



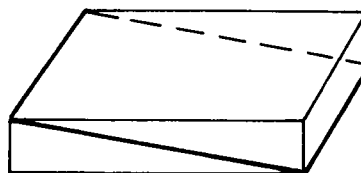
de doen als met het luciferdoosje; na draaiing over 180° ziet u geen verschil met de eerst bestaande situatie. Een dergelijke operatie (draaiing over 180° langs een as) kunt u met het doosje of met de tafel slechts tweemaal uitvoeren, want dan bent u weer in de uitgangssituatie terug ($2 \times 180^\circ = 360^\circ$, een volledige cirkel). Om die reden noemen we de denkbeeldige assen van het doosje, of die ene van de rechthoekige tafel, **tweertallige** draai-assen of tweertallige symmetrie-assen.

Mensen met een vierkante tafel in huis, of met een doosje met vierkante vlakken, zullen nu begrijpen dat je met deze voorwerpen al na een kwartslag draaien (na 90° draaien) een herhaling van omtrekken krijgt, en dat die operatie viermaal ($4 \times 90^\circ = 360^\circ$) uitgevoerd kan worden voordat men weer bij de uitgangssituatie beland is. De denkbeeldige as van een dergelijke tafel noemt men **viertallig**. Niet iedere willekeurige draaiing is mogelijk in de kristalmorfologie. Om oorzaken die in verband staan met de opbouw van de inwendige structuur zijn er alleen 1-, 2-, 3-, 4- en 6-tallige draai-assen mogelijk; de laatste vier worden geïllustreerd met prisma's en hun doorsneden in afb. 14. De **eentallige** draai-as (= draaiing over 360° om weer hetzelfde te zien) is in feite het symbool van de afwezigheid van symmetrie: ieder voorwerp heeft talloze eentallige assen, met andere woorden, zo'n voorwerp kent geen systematische herhaling; dergelijke kristallen bestaan ook. Vijftallige assen en assen met een talligheid hoger dan 6 komen dus in de kristallografie niet voor. De onlangs in een aantal kranten vermelde 5-tallige symmetrie verandert hier niets aan, want die komt enkel voor in stapelingen van **onregelmatige** cellen, en daar hebben we het hier niet over.

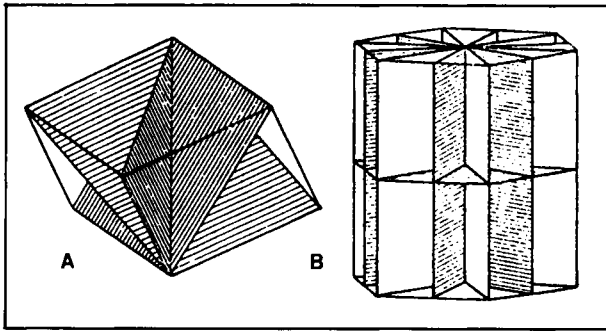
In tekeningen worden de vijf verschillende draai-assen voorgesteld met de cijfers 1, 2, 3, 4 en 6, en in het geval van de laatste vier ook met de symbolen \bullet , \blacktriangle , \blacklozen , \bullet . Die symbolen komen ook voor in afb. 8: bij een oneindige voortzetting van het patroon zijn deze draai-assen op de aangegeven plaatsen aanwezig.

Symmetrie t.o.v. een punt

Een kristalvorm is symmetrisch t.o.v. een punt als men dezelfde begrenzingen (vlakken, ribben, hoekpunten) in tegenovergestelde richtingen t.o.v. het middelpunt van het kristal weer terugvindt (afb. 15). Een luciferdoosje heeft



Afb. 11. Eén van de zes manieren om een luciferdoosje in twee gelijke helften te verdelen die niet elkaars spiegelbeeld zijn.



Afb. 12. Symmetrievlakken in kristallen; A: drie verticale vlakken in een rhomboëder; B: zes verticale vlakken en één horizontaal vlak in een hexagonaal prisma.

zo'n symmetriecentrum: tegenover ieder vlak, iedere ribbe en ieder hoekpunt ziet men een identieke begrenzing. Een symmetriecentrum wordt ook inversiecentrum genoemd (afgekort tot *i* in tekeningen). Dit omkeringspunt valt altijd samen met het geometrisch middelpunt van het kristal. Er zijn ook kristallen die geen symmetriecentrum bevatten (afb. 16): in de tetraëder (= viervlak) bevindt zich tegenover een hoekpunt een vlak, en omgekeerd.

Samenvatting

Een luciferdoosje heeft dus in totaal 7 symmetrie-elementen: drie spiegelvlakken, drie 2-tallige assen en een symmetriecentrum. Let er op dat al deze elementen elkaar snijden in één punt, het geometrische centrum van het "kristal" (afb. 17). Let er ook op dat de symmetrievlakken en de symmetrie-assen onderling loodrecht op elkaar staan; dat is niet zo verwonderlijk als men bedenkt dat alle vlakken en ribben van een luciferdoosje ook onderling loodrecht op elkaar staan!

Nog meer symmetrie: de kubus

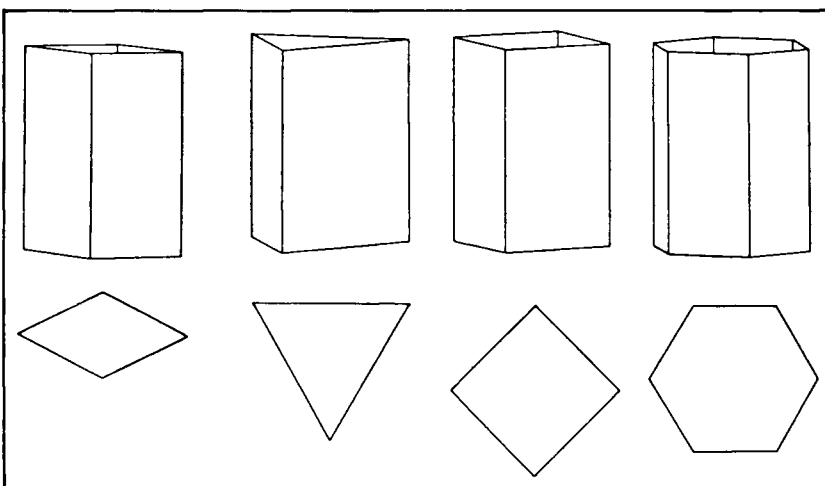
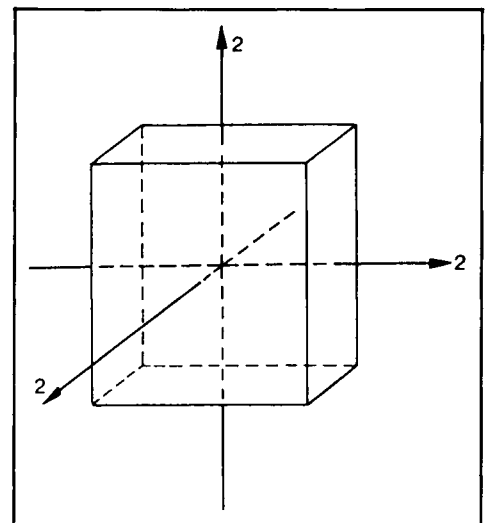
Na de relatief eenvoudige vingeroefeningen met een luciferdoosje zijn we nu klaar voor de meest ingewikkelde symmetrie die men in kristalvormen kan vinden: die van de kubus. Op het eerste gezicht is er maar een klein

verschil met het luciferdoosje: de zes vlakken zijn vierkant in plaats van rechthoekig.

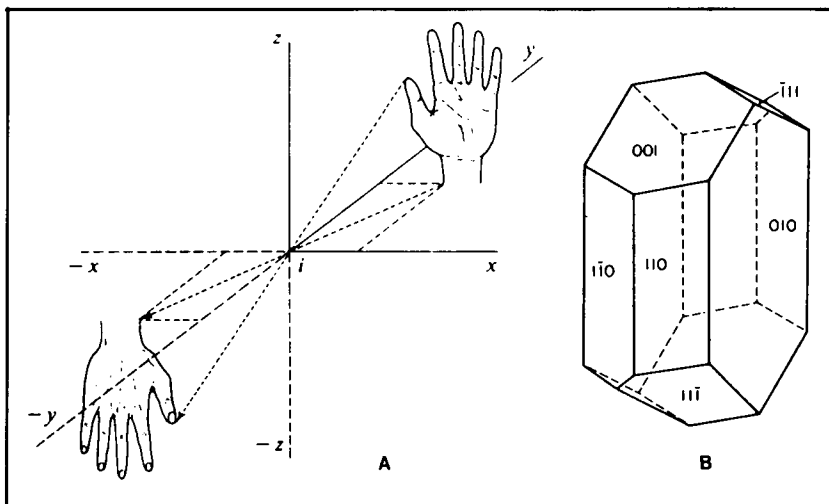
Probeer in ieder geval zelf een kubus in de hand te hebben bij het lezen van het volgende verhaal, en liefst niet zo'n kleine: een ribbe van ongeveer 10 cm is ideaal. Op de drie plaatsen waar een luciferdoosje 2-tallige assen heeft (afb. 13), zijn er bij de kubus 4-tallige assen (afb. 18): de vlakken zijn immers vierkanten i.p.v. rechthoeken. Omdat alle ribben van een kubus even lang zijn, komen er nog een aantal andere assen bij. Houd een kubus op een punt, en bekijk hem dan van bovenaf (afb. 19-A en -B): in die richting bevindt zich een 3-tallige as, want een draaiing over 120° doet eenzelfde beeld ontstaan. Een kubus heeft vier diagonalen, en dus zijn er vier 3-tallige assen (afb. 19-C).

Er is nog meer: als men de middelpunten van twee tegenover elkaar liggende ribben verbindt (afb. 20), blijkt deze lijn een 2-tallige as te zijn; een kubus heeft 12 ribben die twee aan twee tegenover elkaar liggen, en dus zijn er zes van die 2-tallige assen.

Afb. 13. De drie (onderling loodrechte) assen waarlangs een luciferdoosje 180° gedraaid kan worden, waarna er geen verschil met de uitgangssituatie merkbaar is. T.o.v. de afb. 10 en 11 is het doosje anders neergezet!

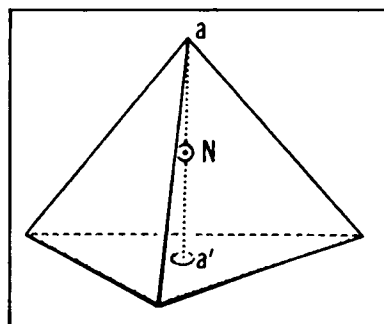


Afb. 14. Vier verschillende prisma's met hun dwarsdoorsneden. De verticale as door het midden van de prisma's is van links naar rechts respectievelijk 2-, 3-, 4- en 6-tallig: na draaiing over resp. 180° , 120° , 90° en 60° ziet men hetzelfde.



Afb. 15. A: Twee handen zijn symmetrisch t.o.v. een punt i : ieder kenmerk van de hand wordt op precies de tegenovergestelde afstand van het punt i herhaald. B: Kristal van albiet dat symmetrisch is t.o.v. het middelpunt (niet getekend): ieder vlak wordt in een tweede evenwijdig vlak herhaald; de cijfer-aanduidingen worden later uitgelegd.

In totaal heeft een kubus dus 13 symmetrie-assen: drie 4-tallige, vier 3-tallige en zes 2-tallige assen. Maar we zijn er nog lang niet! Een kubus heeft ook nog symmetrievlakken. Allereerst zijn er de analoge symmetrievlakken met die van het luciferdoosje (afb. 10); deze drie vlakken staan in de kubus loodrecht op de drie 4-tallige assen (afb. 21, vergelijk met afb. 18). Naast deze drie vlakken zijn er ook nog zes diagonale symmetrievlakken (afb. 22); u herinnert zich nog wel dat deze diagonale vlakken in het luciferdoosje geen symmetrievlakken waren (afb. 11). In de kubus staan deze zes diagonale vlakken stuk voor stuk loodrecht op één van de zes 2-tallige assen. In totaal heeft een kubus dus negen symmetrievlakken. En tenslotte is er nog het 23e symmetrie-element van de kubus: het symmetriecentrum. Ook in de kubus lopen alle 23 symmetrie-elementen door het middelpunt van het kristal.



Afb. 16. Tetraëder (= viervlak). Het punt N is het geometrisch middelpunt, maar is geen symmetriecentrum: tegenover de punt a ligt een vlak a' .

Een complicatie: inversie-assen

Naast de vijf verschillende draai-assen (resp. 1-, 2-, 3-, 4- en 6-tallige assen) bestaan er ook nog vijf andere symmetrie-assen: de vijf inversie-assen. In de dagelijkse praktijk van de kristalmorfologie heeft men die assen eigenlijk niet nodig, maar volledigheidshalve volgt hier een korte uiteenzetting. Inversie-assen zijn samengestelde symmetrie-elementen: er gebeuren twee dingen tegelijk, namelijk een draaiing over een bepaalde hoek en een inversie. In teke-

ningen worden de inversie-assen aangeduid met $\bar{1}$, $\bar{2}$, $\bar{3}$, $\bar{4}$ en $\bar{6}$, of met de symbolen voor de laatste drie: \triangle , \diamond , \circ , of gewoon open: \triangle , \diamond , \circ , zoals in afb. 27.

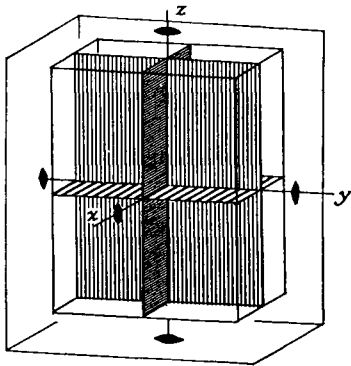
Twee van die inversie-assen kennen we al in een andere vorm, namelijk de $\bar{1}$ en $\bar{2}$ (spreek uit: min een, min twee). Een 1-tallige inversie-as ($\bar{1}$) houdt in: draaiing over 360° + een gelijktijdige inversie, en dat is uiteraard hetzelfde als de werking van een symmetriecentrum (inversiecentrum) (afb. 23). De werking van een $\bar{2}$ houdt in: draaiing over 180° + een gelijktijdige inversie, en de uitwerking daarvan komt overeen met die van een symmetrievlak loodrecht op die richting $\bar{2}$ (afb. 23). Gemakshalve worden de $\bar{1}$ en $\bar{2}$ altijd uitgedrukt in termen van symmetriecentrum en symmetrievlak, dus als i en m . Over de $\bar{3}$ -as komt zo meteen iets; de $\bar{6}$ -as is zeldzaam in mineralen: de werking ervan komt overeen met die van een 3-tallige as met loodrecht daarop een symmetrievlak; de $\bar{4}$ -as komt onder meer voor in tetraëders, en wordt toegelicht in afb. 24.

Een vereenvoudiging: twee tips

1. Het is praktisch onmogelijk om de werking van een $\bar{3}$ -as (draaiing over 120° + gelijktijdige inversie) vast te stellen in een kristal; het is daarentegen wel gemakkelijk om de aanwezigheid vast te stellen van een 3-tallige draai-as, en van die van een symmetriecentrum (afb. 25). De gelijktijdige aanwezigheid van beide elementen houdt in dat de waargenomen 3-tallige draai-as in feite een 3-tallige inversie-as is. Zo is de schijnbare 3-tallige as van calciet-rhomboëders (afb. 25) een $\bar{3}$ -as, en nu kunt u zelf aan de hand van deze afbeelding de werking van zo'n as proberen terug te vinden. Als dat niet lukt is er niets aan de hand: in de praktijk hebben we de inversie-assen niet nodig!

2. Als kristallen wat ingewikkelder worden door de aanwezigheid van erg veel vlakjes wordt het moeilijk om vast te stellen of dergelijke kristallen (afb. 26) een symmetriecentrum hebben of niet. De aanwezigheid valt af te leiden met behulp van de volgende wet: als het kristal ook maar één eventallige as heeft (dus een 2-, 4- of 6-tallige as), met loodrecht daarop een symmetrievlak, dan heeft het kristal automatisch een symmetriecentrum; vergelijk dit met de symmetrie van het luciferdoosje.

Beide tips kunnen we ook gebruiken in de kubus. Het eerste wat opvalt aan een kubus zijn de vierkante vlakken: er zijn dus 4-tallige assen; loodrecht op die assen zijn er symmetrievlakken (afb. 21), en op grond van tip 2 is er dus een symmetriecentrum in de kubus. Omdat de kubus een symmetriecentrum heeft, zijn volgens tip 1 de vier diagonale 3-tallige assen (afb. 19) in werkelijkheid 3-tallige inversie-assen.



Afb. 17. De symmetrie-elementen van een luciferdoosje. De drie (onderling loodrechte) gestreepte vlakken zijn de symmetrievlakken (vgl. afb. 10); de drie (onderling loodrechte) assen x , y en z zijn de 2-tallige assen (vgl. afb. 13); het snijpunt van de drie vlakken en de drie assen is het geometrisch centrum van het kristal en is tevens een symmetriecentrum.

Samenvatting

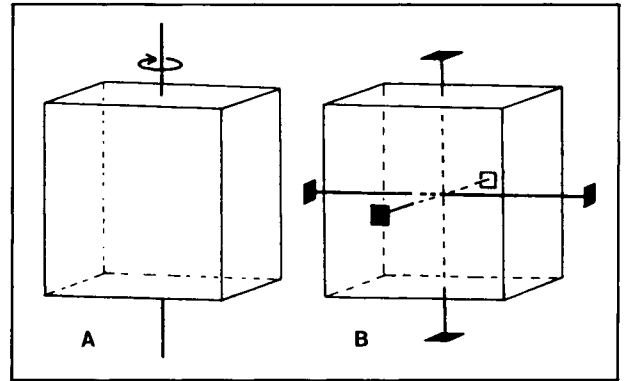
Voor de beschrijving van de uitwendige symmetrie van welke kristalvorm ook zijn er maar 10 verschillende symmetrie-elementen nodig: de vijf draai-assen, en de vijf inversie-assen (waarvan $\bar{1}$ = inversiecentrum, en $\bar{2}$ = symmetrievlak). Omdat deze 10 elementen alle een draaiing inhouden (al is dat wat verscholen in symmetriecentrum en symmetrievlak), spreekt men van de **rotatiesymmetrie** van de uitwendige vorm van kristallen. In de inwendige bouw van kristallen komt daarnaast ook nog translatiesymmetrie en rotatie-translatiesymmetrie voor. Deze blijven hier buiten beschouwing.

De 32 kristalklassen

De 10 verschillende symmetrie-elementen kunnen afzonderlijk in kristallen voorkomen, maar meestal bezitten kristallen een **combinatie** van een aantal van die symmetrie-elementen, met als hoogtepunt het reeds besproken voorbeeld van de combinatie van 23 symmetrie-elementen in de kubus.

Met 10 basis-elementen als ingrediënten verwacht je een groot aantal mogelijke combinaties, maar in werkelijkheid zijn er van de 10 basiselementen slechts 22 combinaties mogelijk die door één centraal punt van een kristal gaan, en die in overeenstemming zijn met de symmetrie van het kristal. Er zijn verschillende redenen en verklaringen waarom er maar 22 combinaties mogelijk zijn, maar ook daar gaan we hier niet verder op in.

De uitwendige symmetrie van gelijk welk kristal moet dus noodzakelijkerwijze overeenkomen met ofwel 1) één van de vijf draai-assen, ofwel 2) één van de vijf inversie-assen (uiteraard inclusief symmetriecentrum en symmetrievlak),



Afb. 18. A: positie van een 4-tallige as in een kubus; B: de drie 4-tallige assen van de kubus.

ofwel 3) één van de 22 mogelijke combinaties van deze tien symmetrie-elementen.

Al in 1830 veronderstelde de Duitse mineraloog Hessel dat er slechts 32 symmetriemogelijkheden ($5 + 5 + 22$) voor kristallen zouden zijn; dat werd later grafisch en wiskundig bewezen.

De tien afzonderlijke basis-elementen en de 22 combinaties van symmetrie-elementen die door één gemeenschappelijk punt lopen, noemt men **puntgroepen**. Er zijn dus 32 niet-identieke puntgroepen. Deze 32 puntgroepen van symmetrie-elementen staan met kristalvoorbeelden afgebeeld in afb. 27, en zijn nog eens samengevat in tabel 1. In de kolommen van deze tabel is, om moeilijkheden zoveel mogelijk te vermijden, afgezien van het gebruik van de inversie-assen: zij zijn "omgezet" in de andere symmetrie-elementen; zo is $\bar{6} = 3/m$, en is $\bar{4} = 2$.

Van die 32 puntgroepen is er één die geen enkel symmetrie-element bevat: dat is de symmetrie-loze klasse 1; 14 puntgroepen bezitten geen enkel symmetrievlak (zij hebben dus alleen symmetrie-assen); 21 puntgroepen bezitten geen symmetriecentrum.

In ideale kristallen zijn de vlakken zo ontwikkeld dat ze het kristal een uitwendige symmetrie geven die overeenkomt met de symmetrie van één van de 32 puntgroepen. Voorbeeld: het ideale kristal van zinkiet (ZnO) in afb. 28-A heeft een symmetrie die overeenkomt met die van de puntgroep 6mm: één verticale 6-tallige as, en zes verticale symmetrievlakken. **Alle** kristallen van zinkiet bezitten die symmetrie 6mm. Maar niet alleen zinkiet heeft die symmetrie, ook kristallen van bv. de mineralen bromelliet (BeO), greenockiet (CdS), wurtziet (ZnS , zie afb. 28-B) en swedenborgiet ($NaBe_4SbO_7$) hebben die uitwendige symmetrie 6mm. Alle mineralen (en natuurlijk ook alle synthetische en/of organische verbindingen), waarvan de kristallen een uitwendige symmetrie hebben van dezelfde puntgroep, behoren tot eenzelfde **kristalklasse**. Omdat er maar 32 puntgroepen zijn, kan iedere kristallijne stof gerangschikt worden in één van de 32 kristalklassen van uitwendige symmetrie.

Er zijn een paar manieren in gebruik om een kristalklasse te benoemen. De makkelijkste manier is die van de Hermann-Maugin-symbolen (tabel 1), die een idee geven van de aanwezige symmetrie-elementen. In het net gegeven voorbeeld van zinkiet zegt men dan dat het mineraal tot de klasse 6mm (spreek uit: zes, em, em) behoort; die drie tekens (één 6 en twee "emmen") hebben betrekking op de symmetrie van drie richtingen, maar dat laten we maar zitten, want de combinatie van afb. 27 en tabel 1 moet voor zichzelf spreken. De Hermann-Maugin (twee kristal-

ASSEN					Symm.-vlakken	Symm.-centrum	Hermann-Maugin-symbolen	Naam van de klasse	Kristalsysteem
#	2-tallig	3-tallig	4-tallig	6-tallig					
1	-	-	-	-	-	-	1	Pediale klasse	Trikliën
2	-	-	-	-	-	ja	$\bar{1}$	Pinakoïdale klasse	
3	1	-	-	-	-	-	2	Sfenoïdische klasse	Monoklien
4	-	-	-	-	1	-	m	Domatische klasse	
5	1	-	-	-	1	ja	2/m	Prismatische klasse	
6	3	-	-	-	-	-	222	Orthorh.-disfenoïdische klasse	Orthorhombisch
7	1	-	-	-	2	-	mm2	Orthorh.-piramidale klasse	
8	3	-	-	-	3	ja	2/m2/m2/m	Orthorh.-dipiramidale klasse	
9	-	1	-	-	-	-	3	Trig.-piramidale klasse	Trigonaal
10	-	1	-	-	-	ja	$\bar{3}$	Rhomboëdrische klasse	
11	3	1	-	-	-	-	32	Trig.-trapezoëdrische klasse	
12	-	1	-	-	3	-	3m	Ditrig.-piramidale klasse	
13	3	1	-	-	3	ja	$\bar{3}2/m$	Ditrig.-skalenoëdrische klasse	
14	-	-	-	1	-	-	6	Hexag.-piramidale klasse	Hexagonaal
15	-	1	-	-	1	-	$\bar{6}$	Trig.-dipiramidale klasse	
16	-	-	-	1	1	ja	6/m	Hexag.-dipiramidale klasse	
17	6	-	-	1	-	-	622	Hexag.-trapezoëdrische klasse	
18	-	-	-	1	6	-	6mm	Dihexag.-piramidale klasse	
19	3	1	-	-	4	-	$\bar{6}m2$	Ditrig.-dipiramidale klasse	
20	6	-	-	1	7	ja	6/m2/m2/m	Dihexag.-dipiramidale klasse	
21	-	-	1	-	-	-	4	Tetrag.-piramidale klasse	Tetragonaal
22	1	-	-	-	-	-	$\bar{4}$	Tetrag.-disfenoïdische klasse	
23	-	-	1	-	1	ja	4/m	Tetrag.-dipiramidale klasse	
24	4	-	1	-	-	-	422	Tetrag.-trapezoëdrische klasse	
25	-	-	1	-	4	-	4mm	Ditetrag.-piramidale klasse	
26	3	-	-	-	2	-	$\bar{4}2m$	Tetrag.-skalenoëdrische klasse	
27	4	-	1	-	5	ja	4/m2/m2/m	Ditetrag.-dipiramidale klasse	
28	3	4	-	-	-	-	23	Tetartoëdrische klasse	Kubisch
29	3	4	-	-	3	ja	2/m $\bar{3}$	Diploïdische klasse	
30	3	4	-	-	6	-	$\bar{4}3m$	Hexatetraëdrische klasse	
31	6	4	3	-	-	-	432	Gyroëdrische klasse	
32	6	4	3	-	9	ja	4/m $\bar{3}2/m$	Hexoktaëdrische klasse	

TABEL 1. De 32 puntgroepen, hun symmetrie-elementen, en de 32 kristalklassen.

Voor het gemak van de gebruiker zijn de inversie-assen "weggelaten": zij zijn vertaald in andere symmetrie-elementen; men kan dus de klasse van een kristal bepalen op grond van alleen maar draai-assen, symmetrie-vlakken en symmetrie-centrum.

De 32 kristalklassen worden aangeduid met hun Hermann-Maugin-symbolen, en met hun traditionele naam (afgeleid van de algemene kristalvorm, zie verder).

De 32 kristalklassen zijn ingedeeld in 7 kristalsystemen, zie daarvoor de volgende pagina's.

De 32 puntgroepen zijn getekend weergegeven in afb. 27.

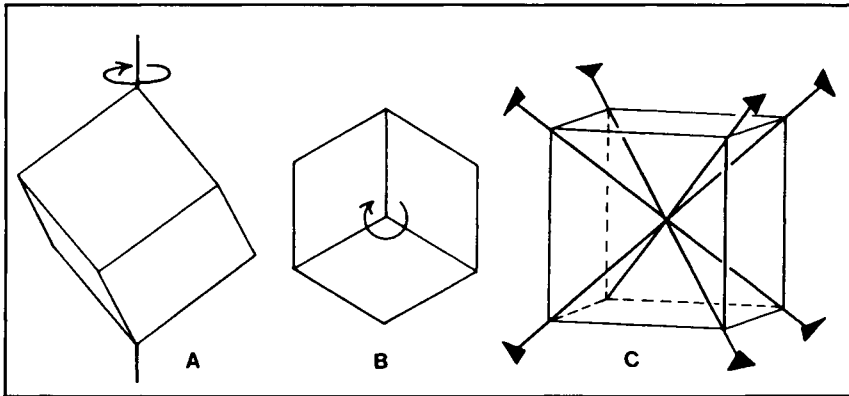
lografen, overigens) -symbolen zijn heel beeldend: de combinatie 4/m (spreek uit: vier op em) betekent dat er een 4-tallige as loodrecht op een symmetrievlak staat. Slechts in de Duitse literatuur worden de Schoenflies (jawel, ook een kristallograaf) -symbolen nog tamelijk veel gebruikt; zij worden hier verder niet vermeld.

Een met name door amateur-mineralogen veel gebruikte manier van aanduiden van de kristalklasse is afgeleid van

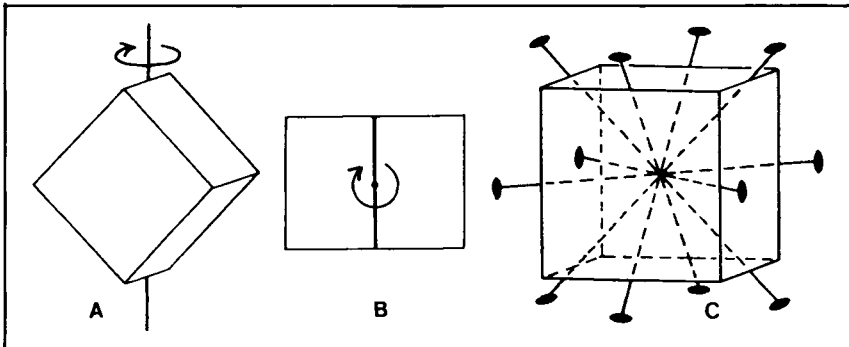
de naam van de kristalvorm waarvan de vlakken een volkomen willekeurige ligging t.o.v. de symmetrie-elementen hebben; die vorm is namelijk verschillend in de 32 klassen. De naam van die vormen is opgenomen in tabel 1. Het aantal mineralen dat in ieder van die 32 klassen voorkomt kan onderwerp zijn van zeer diverse beschouwingen. Kristalklassen kunnen bv. belangrijk zijn omdat zij erg veel mineralen bevatten (de twee klassen 2/m en 2/m 2/m 2/m omvatten samen zo ongeveer 1/3 van alle mineraal-species), of omdat ze een mineraal bevatten dat geologisch erg belangrijk is (bv. de klasse 32, die maar een 30-tal mineralen bevat, maar één ervan is kwarts).

Bepaling van de kristalklasse: mogelijkheden

Om van een onbekend kristal de kristalklasse te kunnen bepalen, moet men van dit kristal **alle** symmetrie-elementen terugvinden; niet alleen het **type** symmetrie-element (vlak, as, punt) is belangrijk, maar ook hun **aantal**, en de **plaats** die zij t.o.v. elkaar innemen (oriëntatie). Met behulp van afb. 27 en van tabel 1 moet men dan de weg naar de juiste kristalklasse kunnen vinden.



Afb. 19. A: positie van een 3-tallige as in een kubus; B: bovenaanzicht van A; C: de vier 3-tallige assen van de kubus.



Afb. 20. A: positie van een 2-tallige as in een kubus; B: bovenaanzicht van A; C: de zes 2-tallige assen van de kubus.

Bepaling van de kristalklasse: onmogelijkheden

Het hiervoor gegeven verhaal over de 32 kristalklassen is weliswaar mooi, maar in de praktijk zijn er twee enorme struikelblokken bij het bepalen van de **juiste** kristalklasse van mineralen.

Het eerste struikelblok is even eenvoudig als enorm: van ongeveer 1/3 van alle mineraal-species is de kristalklasse gewoon niet bekend! Dit moet voor de gemiddelde amateur-mineraloog een onthutsende mededeling zijn. Hoe kan dat? Het antwoord is simpel: van die ruwweg 1.000 mineralen is het beschikbare materiaal zo gering of zo slecht dat men daaraan de klasse niet heeft kunnen bepalen. Dat kan zelfs niet met röntgenmethoden, want die hebben de vervelende eigenschap dat zij overal een symmetriecentrum in zien, ook als dat er niet is. Het **kristalsysteem** (zie verder) van die mineralen kan meestal wel met röntgenmethoden bepaald worden. Van ongeveer 1/3 van alle mineralen weten we dus niet eens hoe de kristallen eruit zien; dat is waarschijnlijk niet heel erg, want dat betekent o.a. dat die mineralen tamelijk zeldzaam zijn, en dan krijg je ze ook nooit te zien.

Het tweede struikelblok bij de bepaling van de kristalklasse is mijns inziens veel ernstiger, omdat het zo misleidend is. Een uitgebreid voorbeeld moge hier dienen tot lering en vermaak.

U bent ergens op vakantie, en tijdens het zoeken naar mineralen vindt u mooie geelkleurige kubussen (afb. 29-A) van een mineraal met metaalglans, met een zwarte streepkleur, met een dichtheid van ongeveer 5, en een hardheid van 6-6½. Nou, denkt u, dat is boffen, die kristalvorm ken ik, want die is juist uitvoerig besproken in het Gea-nummer over kristalvormen (dit nummer dus, zie de afb. 18 t/m 22): 23 symmetrie-elementen, dat kan niet missen, dat is klasse $4/m\bar{3}2/m$ (zie tabel 1). En toen begonnen de moeilijkheden en de verwarring, want op grond van alle andere eigenschappen was u tot de (juiste) conclusie

gekomen dat het pyriet-kristallen waren; maar in alle boekjes staat dat pyriet tot de klasse $2/m\bar{3}$ behoort. Hoe zit dat nu?

Die verwarring kan ontstaan omdat de kubus een kristalvorm is die niet specifiek is voor één van de vijf kubische kristalklassen: als kristalvorm komt de kubus voor in alle vijf klassen. Nogmaals ter verduidelijking in andere woorden: als men kristallen vindt met een kubusvorm, dan kan dat kristal tot elk van de vijf verschillende klassen van het kubische systeem behoren. Wanhoop is uw deel: vind je eens mooie kristallen, en dan kan je ze nog niet in één klasse onderbrengen.

Hoe moet dat nu verder? Wel, gewoon verder zoeken, en dan vindt u wellicht pyrietkristallen met een vorm zoals in afb. 29-B, of zoals op de voorplaat van dit nummer. De symmetrie van deze vorm is $2/m\bar{3}$; zoek deze klasse op in afb. 27! Die vorm heet overigens de pentagondodekaëder; dit woord is afgeleid van drie Griekse woorden: pentagon = vijfhoek, dodeka = twaalf, hedron = vlak, kortom een kristalvorm die bestaat uit twaalf vijfhoekige vlakken. Zo, maar nu moet u vooral niet te snel gaan denken dat het probleem van de bepaling van de juiste kristalklasse van pyriet opgelost is, want met een welhaast satanisch genoegen kan ik nu mededelen dat ook de pentagondodekaëder (afb. 29-B) niet specifiek is voor de klasse $2/m\bar{3}$, want die vorm komt ook voor in de klasse 23. U heeft dus de kans, weliswaar een kleine, dat uw pentagondodekaëdrische kristallen toch nog van een ander mineraal dan pyriet zijn.

Om ondubbelzinnig tot het besluit te komen dat een kristal tot de klasse $2/m\bar{3}$ behoort, moet de diploïde-vorm aanwezig zijn (afb. 29-C): dat is de kristalvorm die **alleen** maar in de klasse $2/m\bar{3}$ kan voorkomen. Helaas ziet men die vorm niet al te vaak aan pyrietkristallen, en dan meestal nog als zeer kleine afknottingen van andere kristalvormen van pyriet (afb. 29-D).

Uit dit verhaal zijn gelukkig ook twee positieve besluiten te halen: 1) ongeacht welke vorm van pyrietkristallen u

ook vindt, u weet in ieder geval op grond van hun symmetrie dat ze tot het kubische **systeem** behoren; 2) er is meer dan alleen een kristalvorm om een mineraal te determineren, dus niet langer getreurd.

Uit conclusie 1 valt af te leiden dat het bepalen van het kristalsysteem van kristallen meestal wel lukt, en dat gegeven is vaak voldoende in de praktijk.

Kristalsystemen

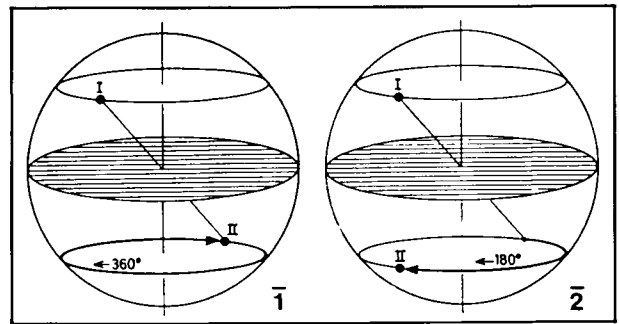
Op grond van overeenkomsten in hun geometrie en hun symmetrie kunnen alle kristallen van de 32 kristalklassen ingedeeld worden in 7 verschillende kristalsystemen. De interne structuur van kristallijne vaste stoffen kan men voorstellen als een stapeling van bouwelementen (zie afb. 1); die elementen noemt men eenheidscellen. Op grond van de vorm en de relatieve afmetingen van de eenheidscellen zijn de kristalsystemen afgeleid: er zijn 6 verschillende typen eenheidscellen voor 7 kristalsystemen (afb. 30). De symmetrie van deze eenheidscellen vindt men terug in de 32 kristalklassen omdat de uitwendige vorm van een kristal altijd een vertaling van de inwendige bouw is.

De in afb. 27 gebruikte aanduidingen voor de assen (x, y, u en z) worden nu omgezet naar de in de kristalmorfologie gebruikelijke letteraanduidingen a, b en c.

De **kubische** eenheidscel (afb. 30-a) heeft drie even lange richtingen a₁, a₂ en a₃, die onderling loodrecht op elkaar staan; dit zijn de richtingen van de 4-tallige assen (vergelijk met afb. 18).

De **tetragonale** (= vierhoekige) eenheidscel (afb. 30-b) heeft twee even lange horizontale richtingen a₁ en a₂, onderling loodrecht, en ook loodrecht op de verticale richting c, die zoals afgebeeld langer is dan de a-richtingen, maar ook korter kan zijn; de verticale c-as is de richting van een 4-tallige as.

De **orthorhombische** (= rechthoekig-ruitvormige) eenheids-



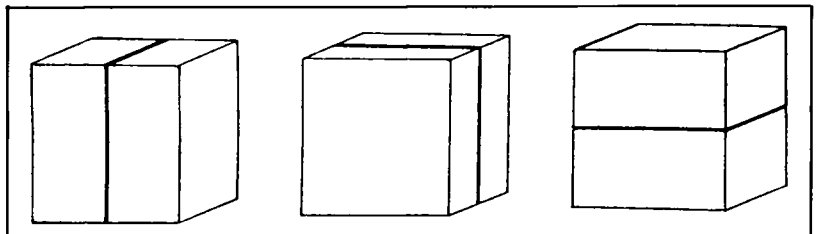
Afb. 23. De werking van de $\bar{1}$ - en $\bar{2}$ -inversie-assen wordt geïllustreerd met een punt I op een bol. Links: de $\bar{1}$ -as inverteert een punt I naar punt II, en draait dit vervolgens 360° rond; het resultaat is identiek aan dat van een inversiecentrum in het midden van de bol. Rechts: de $\bar{2}$ -as inverteert een punt I van boven-voor naar onder-achter (niet benoemd in de tekening), en draait dit vervolgens over 180° , zodat punt II ontstaat. Het resultaat komt overeen met dat van een horizontaal spiegelvlak: punt I wordt dan gespiegeld tot punt II.

cel (afb. 30-c) heeft drie onderling loodrechte richtingen met een verschillende lengte a, b en c; deze richtingen zijn de 2-tallige assen (vgl. met afb. 13, en u ziet het luciferdoosje nog wel voor u).

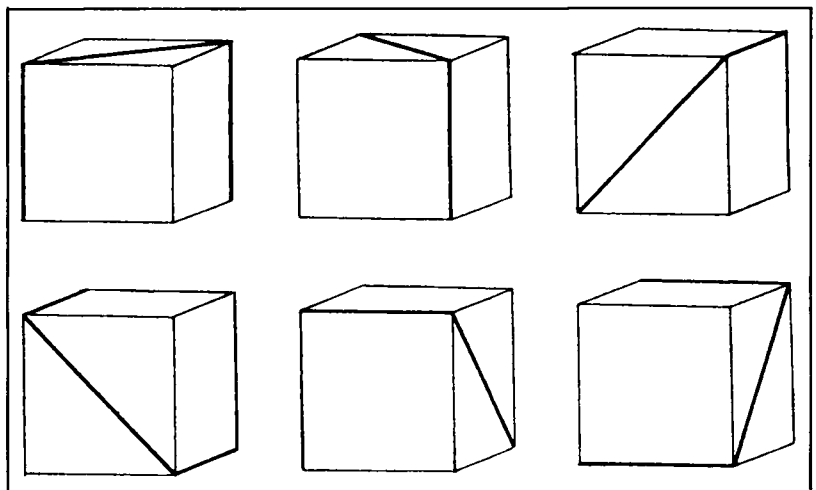
In de **monokliene** (= in één richting hellende) eenheidscel (afb. 30-d) zijn de drie richtingen a, b en c verschillend van lengte; de hoeken tussen a en b, en tussen b en c zijn 90° , maar de hoek β tussen a en c is groter dan 90° ; de b-richting is een 2-tallige as.

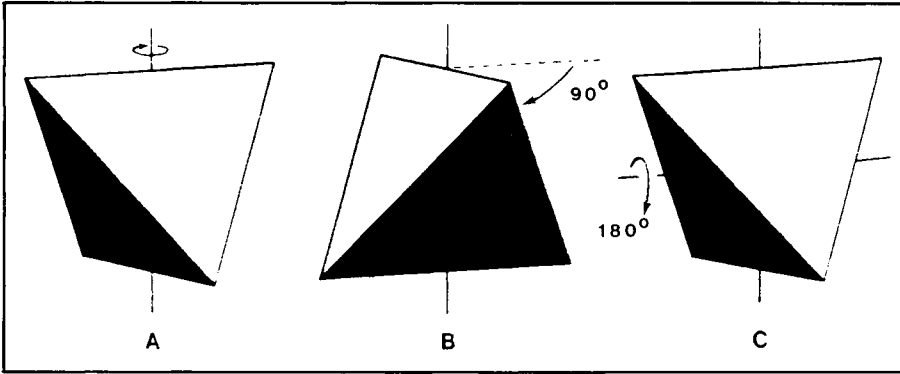
In de **trikliene** (= in drie richtingen hellende) eenheidscel (afb. 30-e) zijn er drie richtingen met verschillende lengte a, b en c, die onderling hoeken maken die niet gelijk zijn

Afb. 21. De drie symmetrievlakken van de kubus, die loodrecht op de 4-tallige assen staan, vgl. afb. 18.



Afb. 22. De zes diagonale symmetrievlakken van de kubus.





Afb. 24. De werking van een 4-tallige inversie-as ($\bar{4}$). A: positie van een 4-tallige inversie-as in een tetraëder (viervlak); B: de ene helft van de werking van de $\bar{4}$ -as: draaiing over 90° ; C: de andere helft van de werking van de $\bar{4}$ -as: inversie (= draaiing over 180° via een as loodrecht op de $\bar{4}$ -as): vergelijk de posities A en C. Als men niet bedacht is op de aanwezigheid van een $\bar{4}$ -inversie-as, ziet men deze as als een 2-tallige draai-as (zie afb. A).

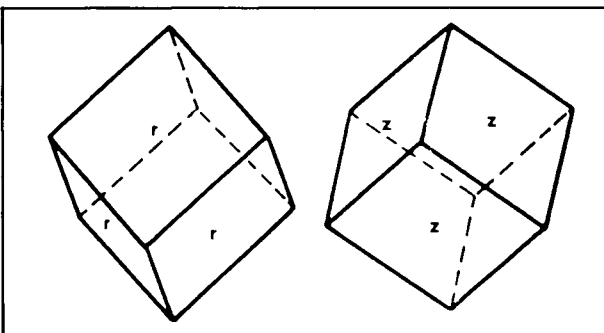
aan 90° ; in een dergelijke cel is geen symmetrie-as of symmetrievlak aanwezig, alleen eventueel een symmetriecentrum.

Tenslotte is er de eenheidscel voor zowel het **hexagonale** (= zeshoekige) systeem als voor het **trigonale** (= driehoekige) systeem (afb. 30-f). Hiervoor worden vier richtingen gebruikt; de drie even lange richtingen a_1 , a_2 en a_3 liggen in één vlak en maken onderling hoeken van 60° of 120° ; deze drie richtingen staan loodrecht op de verticale richting c , langer (als afgebeeld) of korter dan de a -richtingen. Die c -as is 3-tallig in het trigonale systeem, en 6-tallig in het hexagonale systeem.

Bepaling van het kristalsysteem

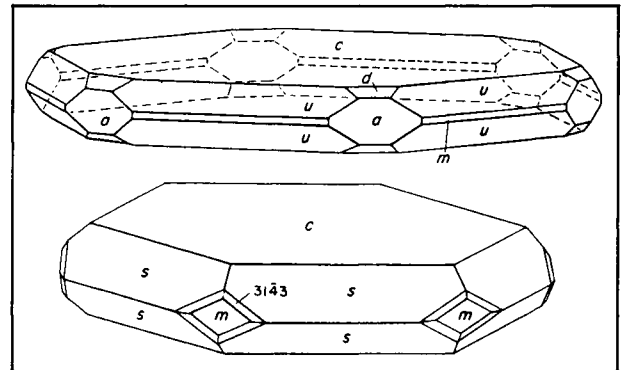
Stuit het bepalen van de juiste kristalklasse van een mineraal op grote moeilijkheden, het bepalen van het kristalsysteem is niet zo moeilijk; nadat men zo goed

Afb. 25. Aanwezigheid van een 3-tallige inversie-as ($\bar{3}$). De rhomboëders r en z hebben een verticale 3-tallige draai-as (deze loopt door onder- en bovenpunt heen). De aanwezigheid van een symmetriecentrum valt af te leiden uit het feit dat ieder vlak van de rhomboëder herhaald wordt in een evenwijdig vlak aan de andere zijde van het kristal.



mogelijk de symmetrie-elementen van het kristal bepaald heeft, gebruikt men de volgende eenvoudige sleutel (al dan niet in combinatie met afb. 27 en tabel 1):

- heeft een kristal **meer dan één** 3-tallige as, dan is het kubisch;
- heeft een kristal **slechts één** 4-tallige, 6-tallige of 3-tallige as, dan is het respectievelijk tetragonaal, hexagonaal of trigonaal;
- heeft een kristal **geen** van die assen (dus 6-, 4- of 3-tallige as), maar is het wel rechthoekig, dan is het orthorhombisch;
- heeft een kristal **slechts één** 2-tallige as of **slechts één** symmetrievlak (of slechts één van elk samen), dan is het monoklien;
- heeft een kristal **noch** draai-assen, **noch** symmetrievlakken, dan is het triklien.



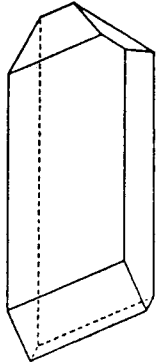
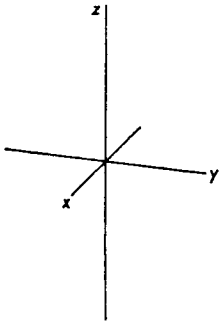
Afb. 26. De aanwezigheid van een symmetriecentrum. De twee kristallen van beryl hebben een verticale 6-tallige as, met loodrecht daarop een horizontaal symmetrievlak (zie de herhaling van de vlakjes u in het bovenste kristal, en van de vlakjes s in het onderste kristal). Er is dus een symmetriecentrum aanwezig; in het opengewerkte bovenste kristal is dit ook makkelijk te zien.

vervolg op pag. 106

Afb. 27. De 32 puntgroepen van symmetrie-elementen. In deze afbeelding worden de 32 puntgroepen weergegeven aan de hand van de assen x , y , (u), z , en wordt hun symmetrie geïllustreerd met een (of twee) kristal(len) van mineralen, of van synthetische anorganische of organische verbindingen. Een samenvatting van deze afbeelding wordt gegeven in tabel 1.

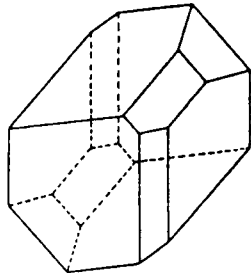
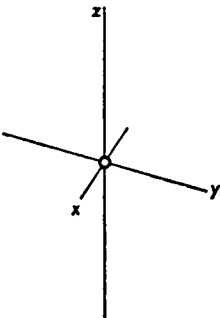
Triklien systeem

Klasse 1: geen symmetrie-elementen

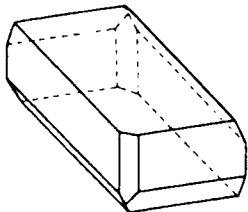


Strontiumhydrogencartraattetrahydraat
 $\text{SrH}_2(\text{C}_4\text{H}_4\text{O}_6)_2 \cdot 4\text{H}_2\text{O}$

Klasse $\bar{1}$: alleen maar een inversiecentrum



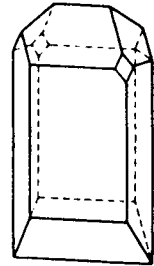
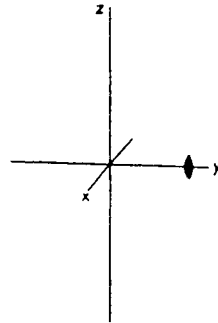
Axiniet
 $\text{Ca}_3\text{Al}_2\text{BSi}_4\text{O}_{15}(\text{OH})$



Rhodoniet
 MnSiO_3

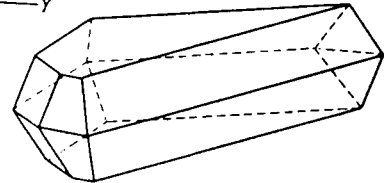
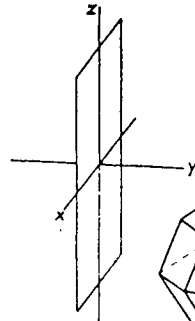
Monoklien systeem

Klasse 2: één 2-tallige as, horizontaal volgens y



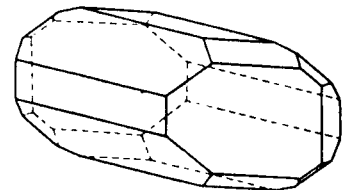
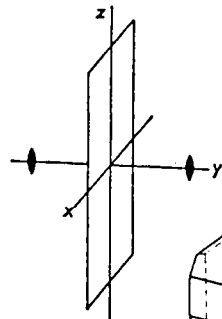
Sucrose, $\text{C}_{12}\text{H}_{22}\text{O}_{11}$; kristal is getekend met de 2-tallige as in verticale stand!

Klasse m: één symmetrievlak, verticaal volgens x en z



Hilgardiet, $\text{Ca}_8\text{B}_{18}\text{O}_{33}\text{Cl}_4 \cdot 4\text{H}_2\text{O}$; kristal is getekend met het symmetrievlak in horizontale stand!

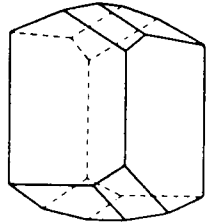
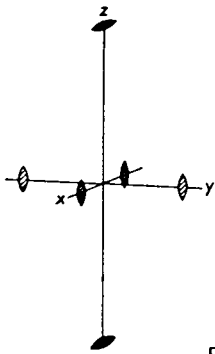
Klasse 2/m: één symmetrievlak, verticaal volgens x en z, en één 2-tallige as volgens y, symmetriecentrum



Bariumsulfiet-dihydraat, $\text{Ba}(\text{SO}_3)_2 \cdot 2\text{H}_2\text{O}$; kristal is getekend met symmetrievlak in horizontale stand, en 2-tallige as in verticale stand!

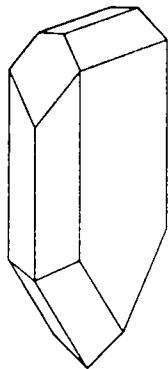
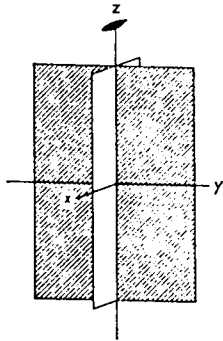
Orthorhombisch systeem

Klasse 222: drie onderling loodrechte 2-tallige assen



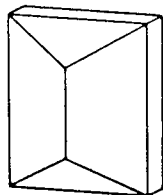
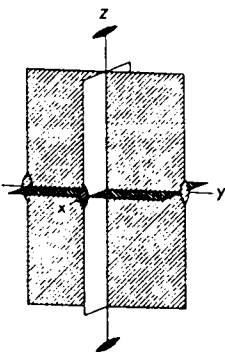
Bariumformaat, $\text{Ba}(\text{HCOO})_2$

Klasse $mm2$: twee onderling loodrechte verticale symmetrievlakken en één verticale 2-tallige as



Hemimorfiet, $\text{Zn}_4\text{Si}_2\text{O}_7(\text{OH})_2 \cdot \text{H}_2\text{O}$

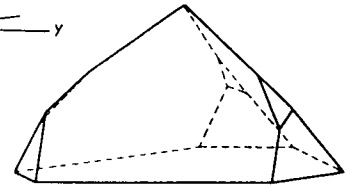
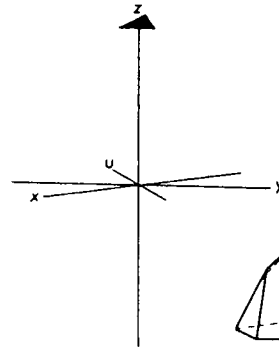
Klasse $2/m\ 2/m\ 2/m$: drie onderling loodrechte symmetrievlakken, drie onderling loodrechte 2-tallige assen, symmetriecentrum



Stauroliet, $(\text{Fe}, \text{Mg}, \text{Zn})_2\text{Al}_9(\text{Si}, \text{Al})_4\text{O}_{22}(\text{OH})_2$

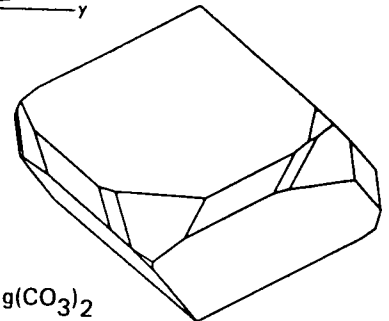
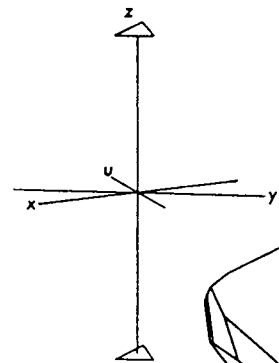
Trigonaal systeem

Klasse 3: één verticale 3-tallige as



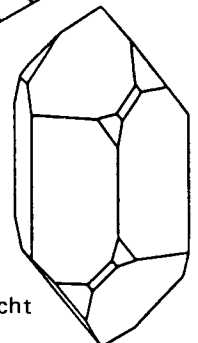
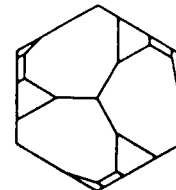
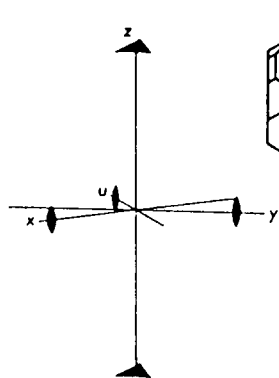
Natriumperjodaat-trihydraat, $\text{NaIO}_4 \cdot 3\text{H}_2\text{O}$

Klasse $\bar{3}$: één verticale $\bar{3}$ -inversie-as, symmetriecentrum



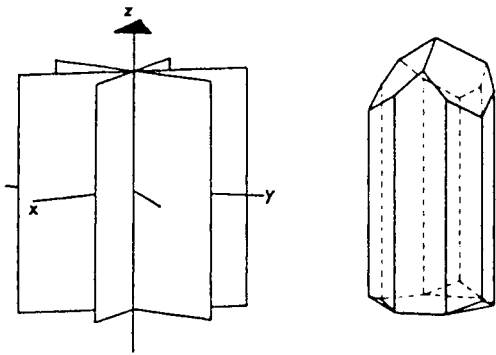
Dolomiet, $\text{CaMg}(\text{CO}_3)_2$

Klasse 32: één verticale 3-tallige as, drie horizontale 2-tallige assen



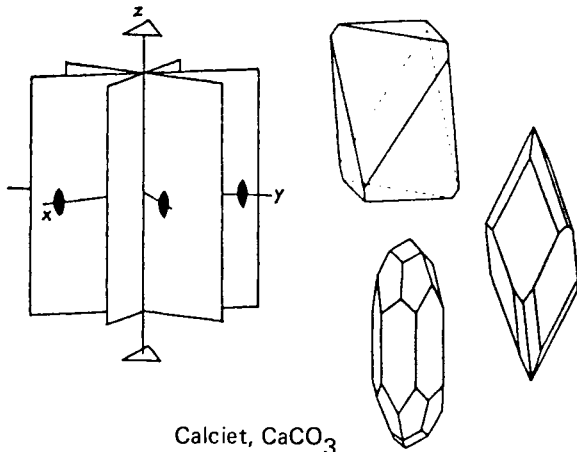
Kwarts, SiO_2 , met een bovenaanzicht

Klasse 3m: één verticale 3-tallige as, en drie verticale symmetrievlakken



Toermalijn, $\text{NaMg}_3\text{Al}_6(\text{BO}_3)_3\text{Si}_6\text{O}_{18}(\text{OH})_4$

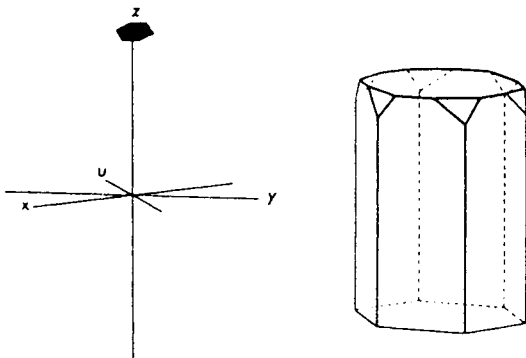
Klasse $\bar{3}2/m$: één verticale $\bar{3}$ -inversie-as, drie horizontale 2-tallige assen, drie verticale symmetrievlakken, symmetriecentrum



Calciet, CaCO_3

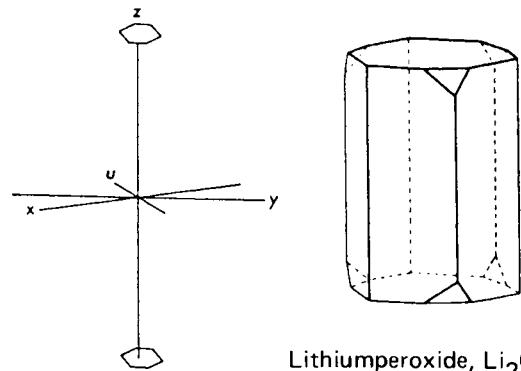
Hexagonaal systeem

Klasse 6: één verticale 6-tallige as



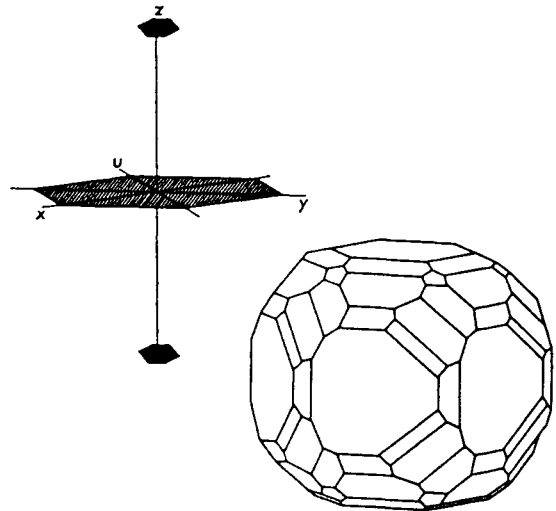
Nefelien, $(\text{Na,K})\text{AlSi}_3\text{O}_8$

Klasse $\bar{6}$: één verticale $\bar{6}$ -inversie-as; de $\bar{6}$ -as heeft het effect van een horizontaal symmetrievlak loodrecht op een 3-tallige as



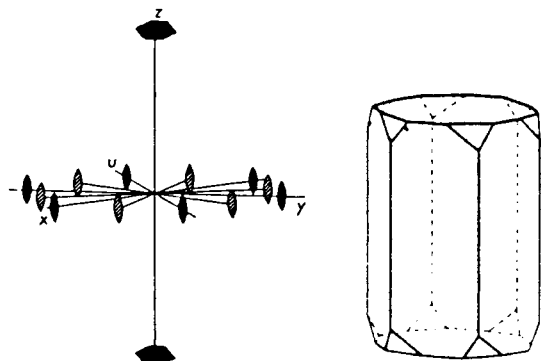
Lithiumperoxide, Li_2O_2

Klasse 6/m: één verticale 6-tallige as, één horizontaal symmetrievlak, symmetriecentrum



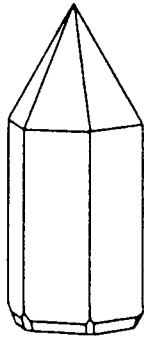
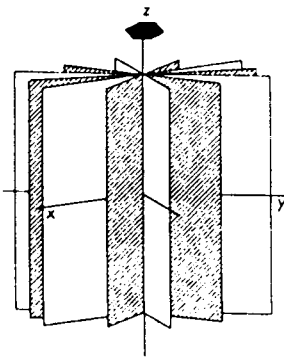
Apatiet, $\text{Ca}_5(\text{PO}_4)_3(\text{OH,F})$

Klasse 622: één verticale 6-tallige as, zes horizontale 2-tallige assen



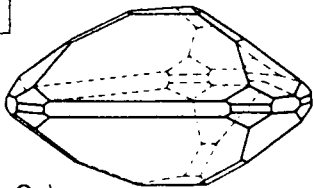
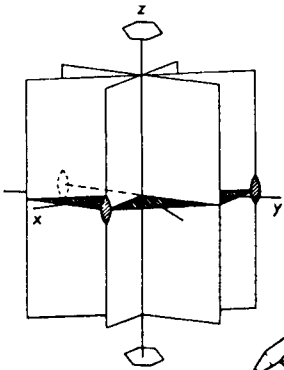
Theoretisch kristal van de klasse 622

Klasse 6mm: één verticale 6-tallige as, zes verticale symmetrievlakken



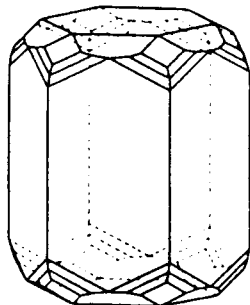
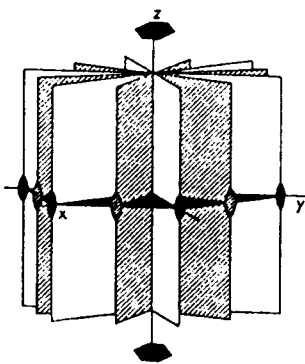
Bromelliet, BeO

Klasse $\bar{6}m2$: één verticale $\bar{6}$ -inversie-as, drie horizontale 2-tallige assen, drie verticale symmetrievlakken; de $\bar{6}$ -as heeft het effect van een horizontaal symmetrievlak loodrecht op een drietallige as



Benitoiet, BaTi(Si₃O₉)

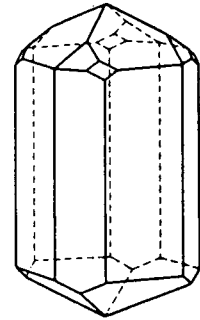
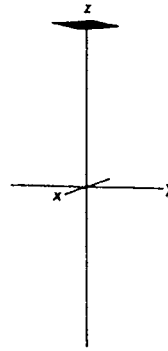
Klasse 6/m 2/m 2/m: één verticale 6-tallige as, zes horizontale 2-tallige assen, één horizontaal symmetrievlak, zes verticale symmetrievlakken, symmetriecentrum



Beryl, Be₃Al₂(Si₆O₁₈)

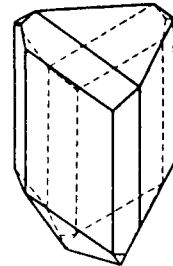
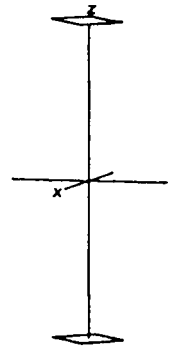
Tetragonaal systeem

Klasse 4: één verticale 4-tallige as



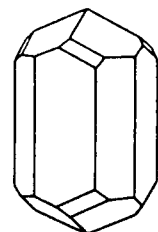
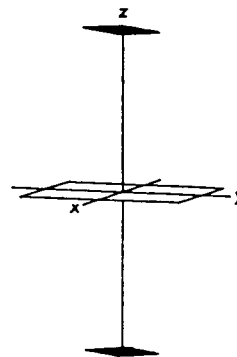
Bariumantimonyltartraat-monohydraat, Ba(SbO)₂(C₄H₄O₆)·H₂O

Klasse $\bar{4}$: één verticale $\bar{4}$ -inversie-as



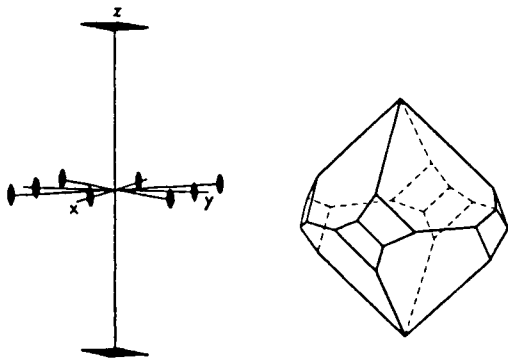
Cahniet, CaB(AsO₄)(OH)₄

Klasse 4/m: één verticale 4-tallige as, één horizontaal symmetrievlak, symmetriecentrum



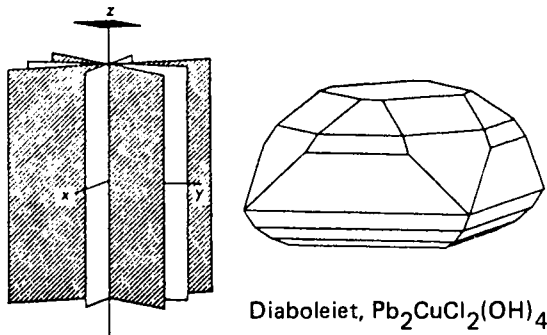
Meioniet (skapoliet), Na₄(AlSi₃O₈)₃Cl

Klasse 422: één verticale 4-tallige as, vier horizontale 2-tallige assen



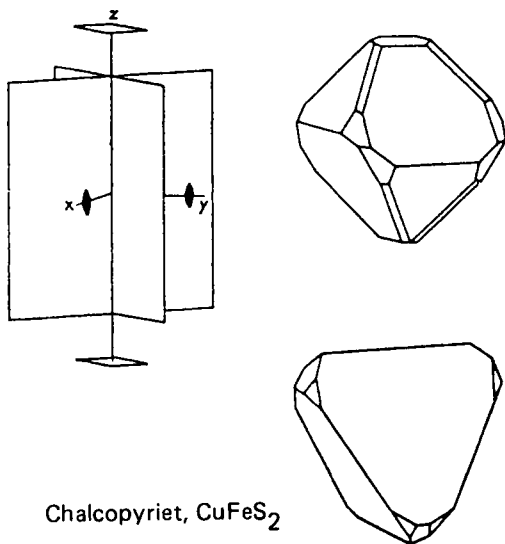
Kaliumtrichloroacetaat, $\text{Cl}_3\text{CCO}_2\text{K} \cdot \text{Cl}_3\text{CCO}_2\text{H}$

Klasse 4mm: één verticale 4-tallige as, vier verticale symmetrievlakken



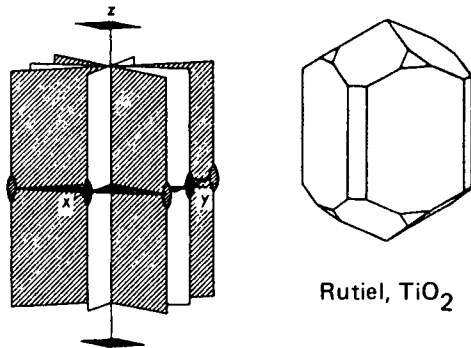
Diaboleiet, $\text{Pb}_2\text{CuCl}_2(\text{OH})_4$

Klasse $\bar{4}2m$: één verticale $\bar{4}$ -inversie-as, twee horizontale 2-tallige assen, 2 symmetrievlakken



Chalcopyriet, CuFeS_2

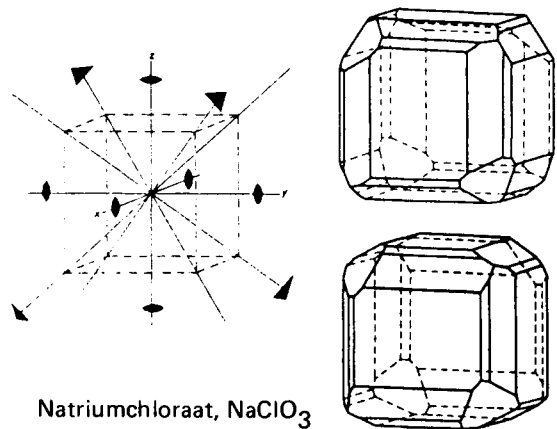
Klasse 4/m 2/m 2/m: één verticale 4-tallige as, vier horizontale 2-tallige assen, één horizontaal symmetrievlak vier verticale symmetrievlakken, symmetriecentrum



Rutiel, TiO_2

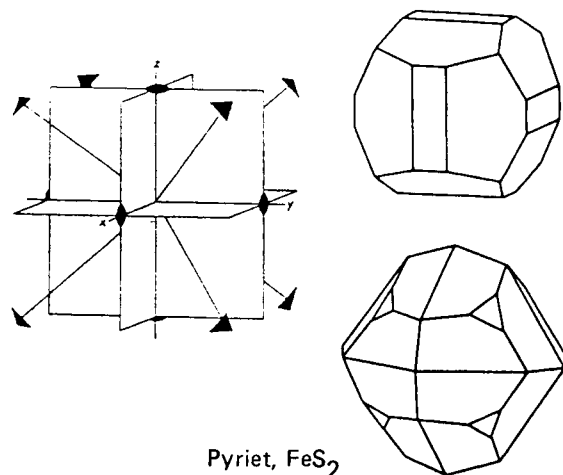
Kubisch systeem

Klasse 23: drie 2-tallige assen, vier 3-tallige assen



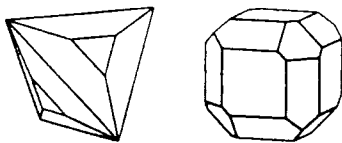
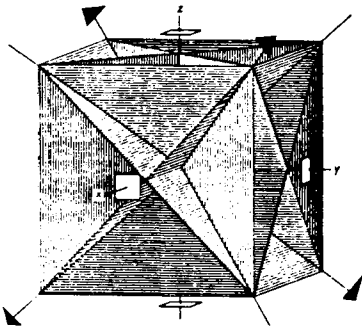
Natriumchloraat, NaClO_3

Klasse 2/m $\bar{3}$: drie 2-tallige assen, vier 3-tallige inversie-assen, drie symmetrievlakken, symmetriecentrum



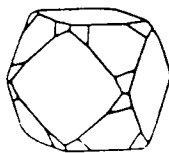
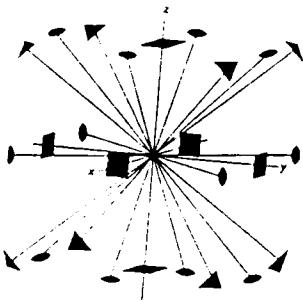
Pyriet, FeS_2

Klasse $\bar{4}3m$: drie 4-tallige inversie-assen, vier 3-tallige assen, zes symmetrievlakken



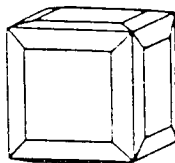
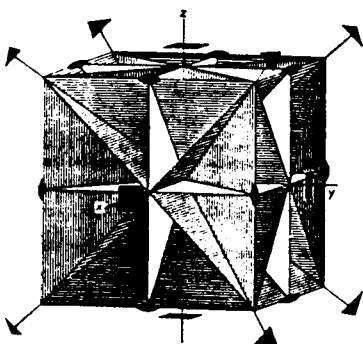
links: sfaleriet, $(Zn,Fe)S$;
rechts: boraciet, $Mg_3B_7O_{13}Cl$

Klasse 432: drie 4-tallige assen, vier 3-tallige assen, zes 2-tallige assen

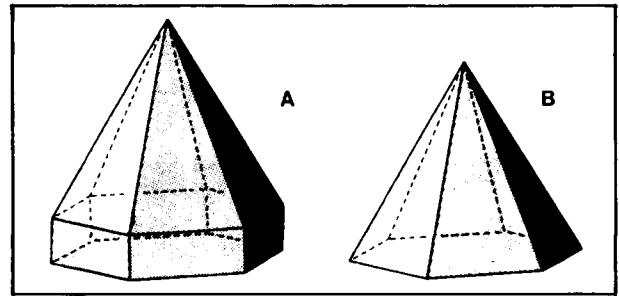


Cupriet, Cu_2O

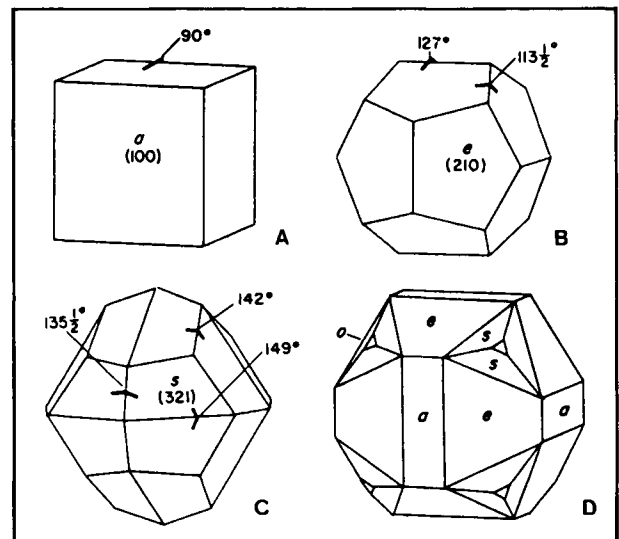
Klasse $4/m\bar{3}2/m$: drie 4-tallige assen, vier 3-tallige inversie-assen, zes 2-tallige assen, negen symmetrievlakken, symmetriecentrum



Fluoriet, CaF_2



Afb. 28. Kristallen van de symmetrieklasse $6mm$ (één verticale 6-tallige as, en zes verticale symmetrievlakken) A: zinkiet; B: wurtziet.



Afb. 29. Kristalvormen van pyriet. A: kubus; B: pentagondodekaëder: er zijn drie 2-tallige assen i.p.v. de 4-tallige bij de kubus; de diagonale symmetrievlakken van de kubus zijn in de pentagondodekaëder niet aanwezig; C: diploïde; D: combinatie van de vormen a (kubus), e (pentagondodekaëder, s (diploïde) en o (oktaëder, die niet afzonderlijk afgebeeld is).

Besluit

Het bepalen van de kristalklasse van een kristal is op grond van de kristalvormen praktisch een onmogelijke zaak, omdat men vaak niet weet of de aanwezige kristalvormen al dan niet specifiek zijn voor de in aanmerking komende klasse.

Het bepalen van het kristalsysteem van een kristal is op grond van de aanwezige symmetrie-elementen wel zeer goed mogelijk. Het hangt een beetje van de afzonderlijke kristallen af of men het kristalsysteem op het eerste gezicht herkent of niet. Er zijn, afgezien van de beruchte misvorming van kristallen, nu eenmaal "moeilijke" en "makkelijke" kristallen.