

IETS OVER GEMIDDELDEN EN OVER ONNAUWKEURIGE GETALLEN.

HET aantal eieren dat een toom kippen in de opeenvolgende aanstaande weken zal leggen, is gemakkelijk na te gaan en ten slotte precies uit te tellen. Zoo kunnen we ook het aantal bladzijden van een boek precies uitvinden. Maar er zijn ook gevallen — en zelfs zeer vele — waarbij een opgave, b.v. die van lengte, gewicht, tijd, temperatuur enz. zeer moeilijk te geven is.

De praktijk van het dagelijks leven ontloopt die moeilijkheden. Ze slaat er — zeer terecht — een slag naar. Een Meter stof in den winkel gekocht blijkt bij eenig nader onderzoek geen Meter te zijn, een pond koffie geen pond en een Liter melk geen Liter. De eisch van een nauwkeurig afmeten — gesteld dat ze uitvoerbaar was — zou zooveel tijd vorderen dat ze het doen van onze dagelijksche bezigheden onuitvoerbaar zou maken.

Er zijn echter talrijke aangelegenheden, en daarbij bedoel ik dan in de eerste plaats alle mogelijke onderzoek, waarbij een onnauwkeurigheid als in het dagelijksch leven toelaatbaar is, tot ernstige fouten aanleiding zou geven.

We willen eens nagaan hoe we ons in de eenvoudige gevallen — dat zijn tegelijk de meest voorkomende — daartegen kunnen wapenen. De grondslag daarvoor ligt geheel en al opgesloten in het volgende gevalletje:

De groote vakantie naderde en drie vrienden ontwierpen hun kampeerplannen. Allereerst was noodig te weten, hoeveel geld de compagnie bijeen kon brengen, om daarnaar de duur van den tocht te bepalen. Volgens de ervaring van het vorige jaar was per dag voor hun drieën f 4.— noodig. De oudste had zijn bezit gecontroleerd en gevonden, dat hij 20 gld. bezat, maar hij zou op ten hoogste 5 gld. steun van zijn ouders kunnen rekenen, als zij de gemaakte plannen goedkeurden. Zijn bijdrage zou dus 20 à 25 gld. bedragen. De tweede verkeerde in soortgelijke omstandigheden, hij zou over 22 à 24 gld. kunnen beschikken, en de derde over 15 à 25; dat hing van geheel andere dingen af.

Zij berekenden nu dat hun plannen op een bedrag van minstens 57 en hoogstens 74 gld. zouden moeten worden gebaseerd. Toen herinnerden ze zich, dat de tent een reparatie noodig had die tusschen de 5 en 10 gld. zou moeten kosten. Nu werd de zaak een oogenblik ingewikkeld. Aanvankelijk dachten ze, dat dit hun bedrag zou terugbrengen tot 52 à 64 gld. en hun reis dus 13 à 16 dagen zou kunnen duren, maar ze zagen bij eenig nadenken in, dat er een meest ongunstige en een meest gunstige combinatie der omstandigheden mogelijk was. Het meest gunstige geval zou zijn, dat bij de hoogste inkomsten (f 74) het kleinste bedrag (f 5) zou moeten worden betaald aan reparatie. Zij behielden dan 69 gulden. In het ongunstigste geval zou het inkomen slechts 57 en de reparatie 10 gld. bedragen en alzoo slechts 47 gulden beschikbaar blijven. Nu was de zaak goed bekeken en ze konden hun reis bepalen op 11 à 17 dagen. Grootere nauwkeurigheid was voorhands niet te bereiken. Wij schrijven de redeneering kort aldus op:

A.	brengt in minstens	f 20	en hoogstens	f 25.
B.	„ „ „	f 22	„ „	f 24.
C.	„ „ „	f 15	„ „	f 25.

opgeteld: samen minstens f 57 en hoogstens f 74.
onkosten hoogstens f 10 en minstens f 5

blijft over: minstens f 47 en hoogstens f 69.

Dit gedeeld door 4 geeft een tocht van minstens 11 en hoogstens 17 dagen. Het werken

IETS OVER GEMIDDELDEN EN OVER ONNAUWKEURIGE GETALLEN. 313

met onnauwkeurige getallen is — in de eenvoudige en meest voorkomende gevallen — niet anders dan hier werd neergeschreven. De moeilijkheden schuilen in den vorm, waarin men de redeneering — nog veel korter dan ik hier boven deed — gewoonlijk opschrijft. Bovendien in het gebruik van onduidelijke termen. Daarover dienen we dus een en ander te zeggen.

We zagen in ons voorbeeld, dat we soms met niet nauwkeurig te bepalen getallen *moeten* werken. Bij alle mogelijke onderzoek komt dat zeer dikwijls voor en we bepalen dan van de niet nauwkeurig te meten grootte twee grenzen, waarbinnen zij zeker zal liggen. De inleg van A. b.v. ligt tusschen de grenzen 20 en 25 gld. Men zegt nu, dat het bedrag van A. bekend is met *een fout* van $f 5$. Vooral voor den beginner is deze term in hooge mate misleidend. Er bestaat geen *fout*, maar slechts een *onzekerheid* van 5 gld., hetgeen heel wat anders is. Intusschen dienen we zoo spoedig mogelijk aan deze term te wennen. De fout in het bedrag van B. is $f 2$, en in dat van C. $f 10$. De fout in hun gezamenlijk bedrag is $(5 + 2 + 10) f 17$.

Wanneer we in een ander geval 20 bedragen optellen, die alle dezelfde fout (onzekerheid) hebben, b.v. een van $f 5$, dan heeft de som een fout (onzekerheid) van $f 100$. Bepalen we van al die bedragen het gemiddelde door hun som door 20 te deelen, dan is het duidelijk dat de fout (onzekerheid) daarin wederom $f 5$ bedraagt. Wanneer we dus de lengte meten van 70 spreekweneieren met een fijn instrument, dat een onzekerheid van slechts $\frac{1}{10}$ mM. toelaat, dan heeft de lengte van die 70 eieren te samen een fout die 70 keer zoo groot is (dus 7 mM.) en het gemiddelde daarvan een fout, die weer 70 keer zoo klein is en alzoo weer $\frac{1}{10}$ mM. is. Waaruit dus blijkt dat *de fout van elk gemiddelde* — al is die ook van duizendtallen waarnemingen — *precies zoo groot is als die van één waarneming*. Elke decimaal, die verder zou gaan dan 0,1 m.M. is zinloos.

Wij merken verder nog op dat de fout (onzekerheid) in de bijdragen der jongelui $f 17$ is, die in de reparatiekosten is $f 5$ en die in het beschikbaar blijvende bedrag $f 22$. Dus bij de aftrekking van onzekere getallen, neemt de onzekerheid evenzoo toe als bij de optelling. De deeling door 4 maakt hem weer 4 keer zoo klein.

Er zijn vier manieren, waarop men de onnauwkeurigheid van onze besproken getallen aankondigt:

1^o. manier: Men zegt kortweg de bijdrage van A is $f 20$ à $f 25$.

2^o. " " " hij is $f 25$, *te groot*, met een fout van $f 5$.

3^o. " " " hij is $f 20$, *te klein*, met een fout van $f 5$.

4^o. " " " hij is $f 22,5$ met een fout van $f 2,50$. (aan weerskanten)

Alle vier manieren beteekenen ten slotte hetzelfde als de eerste n.l. deze: de uiterste grenzen van het bedrag zijn 20 en 25 gld. De vierde manier is de meest gebruikelijke.

In het archief, dat we van al de dit jaar ingekomen vogelwaarnemingen, hebben aangelegd, zal men op folio 2 vinden:

Kuifmees No. 44: datum v/h eerste ei v/h eerste legsel 18 Apr., fout 1 dag.

" " " " " tweede " 61 Apr., " 2 dagen.

bijgevolg waren voor het eerste broedsel 43 dagen, (fout 3 dagen) noodig, d.w.z. de waarheid ligt tusschen 40 en 46 dagen. ¹⁾

Alsnu willen we nog iets in het midden brengen over het gemiddelde van nauwkeurige waarnemingen. Als we van een toom kippen in April 130 eieren hebben gewonnen dan is het daggemiddelde van die maand $4^{10/30}$. Dit is duidelijk. Dikwijls schrijft men $4^{1/3}$. Dit is ongeoorloofd, omdat een goede voortdurende contrôle der gegevens eischt, dat men elk oogenblik kan zien, uit hoeveel dagen het gemiddelde berekend is. Daarom moet het getal

1) Dit archief — 60 blz. — is met getallen-overzichten thans gereed en wordt den waarnemers op aanvraag ter inzage toegezonden.

30 in den noemer blijven staan. Soms kan een afwijking van dezen regel worden toegestaan, wenschelijk is dat nooit. Omdat de waarde van een gemiddelde afhangt van het aantal gevallen, waaruit het berekend is.

Om nu echter verschillende gemiddelden gemakkelijk met elkaar te kunnen vergelijken, schrijft men ze veelal in decimalen vorm. En dit is niet zonder gevaar en geeft meermalen aanleiding tot fouten. Men komt in het bovengenoemde geval voor de keus om voor het gemiddelde te schrijven 4,3. of 4,33. Het tweede wekt den schijn alsof het gemiddelde uit 100 gevallen (of althans dicht daarbij) berekend is. Het eerste alsof slechts met 10 waarnemingsdagen is gerekend.

Het werken met zulke getallen eischt voorzichtigheid. Zie hier een fout — genomen uit onze litteratuur — zooals er vele zijn aan te wijzen.

2 Merellegels van 3 en 9 van 4 eieren, allen in Maart gelegd geven voor die maand een gemiddelde van 3,82.

3 Merellegels van 3; 8 van 4 en 1 van 5 alle in Juli gelegd geven voor die maand een gemiddelde van 3,83. Dus meer dan in Maart? Neen want bij 11 of 12 gegevens — zooals hier het geval is — mag de breuk niet meer dan één decimaal bevatten en moet dus voor beide maanden 3,8 bedragen, zonder meer.

G. WOLDA.

DE PESTVOGELS.

HAAST geen jaar gaat voorbij, of wij krijgen ze te zien en telkens op dezelfde plaatsen: in een rozenhaag langs de Midden Duin en Daalsche weg, in den grooten rozenstruik in mijn tuin en in een groote groep van Geldersche rozen in den Trommel. In drukke jaren zijn ze natuurlijk overal te zien, zelfs in kleine tuinen, als er maar

kleurige vruchten zijn, liefst roode, ofschoon ze toch ook wel komen op liguster en jeneverbes. 't Is altijd goed, om op winterdagen goed uit te zien naar vruchtdragende struiken, vooral naar de eglantiers en hondsrozen. In negen van die tien gevallen ziet ge er de vroolijke groenvinken bezig, de tiende kan een pestvogel zijn. Deze levendige dieren worden vlug opgemerkt; zij hebben de gewoonte om onder hun maaltijd rond te kijken, en dan rekken ze hun nek en zetten ze hun kuif op, zoodat ze al dadelijk de aandacht trekken. Schuw heb ik ze nooit gevonden, je kunt ze met gemak tot op een paar meter afstand naderen en dan hun mooie kleuren bewon-



Pestvogels.