

ONTDEKKING VAN TWEE PLANETEN BINNEN DE LOOPBAAN VAN MERCURIUS.

DOOR

J. A. C. OUDEMANS.

(Vervolg van blz. 55.)

Het in eene vorige aflevering opgenomen opstel was grootendeels reeds in het *Utrechtsch Provinciaal en Stedelijk Dagblad* van 25 October jl. medegedeeld. Alleen was daarin nog niets omtrent mijne eigene berekeningen vermeld, daar die op dien datum nog niet verricht waren. Alvorens hare resultaten te bespreken, moge hier een korte verklaring volgen omtrent het onderscheid, in het eerste opstel gemaakt tusschen “de planeet van LESCARBAULT” en “de planeet, van welke bestaan LEVERRIER zich in den laatsten tijd overtuigd hield.”

Toen LESCARBAULT, den 26sten Maart 1859, een zwart lichaampje zich over de zonneschijf had zien bewegen, heeft hij, zoo nauwkeurig de gebrekkige hulpmiddelen het toelieten, waarover hij te beschikken had, den tijd aangeteekend waarop, en de plaats aan de zonneschijf, waar de ingang en uitgang hadden plaats gehad. Neemt men aan, dat de loopbaan der planeet, die hij gezien heeft, elliptisch is, dan waren deze aantekeningen niet toereikende, om er de elementen der loopbaan daaruit af te leiden, maar zij zijn wel voldoende, als men wil aannemen, dat die loopbaan cirkelvormig is, want in het laatste geval heeft men, twee onbekenden minder te bepalen, de richting der groote as en de excentriciteit.

Aan de planeet van LESCARBAULT eene cirkelvormige loopbaan toe-

schrijvende, vond LEVERRIER al in 1859, dat de afstand dier planeet tot de zon bedragen moest 0,1427 (den middelbaren afstand van de aarde tot de zon als eenheid aannemende).

De derde wet van KEPLER toepassende, vindt men hieruit voor den omloopstijd 19 dagen en 17 uren.¹

De helling der loopbaan op de ekliptika bleek te bedragen $12^{\circ} 10'$, en de lengte van den klimmenden knoop $12^{\circ} 59'$.

Met de benaming "de planeet van LESCARBAULT" is nu bedoeld eene planeet, wier loopbaan aan deze gegevens geheel en al voldoet.

Het in het vorige opstel met een enkel woord vermelde onderzoek, dat LEVERRIER in het najaar van 1875 instelde, ging van geheel andere gegevens uit, hoewel het toch ook de waarneming van LESCARBAULT in zich opnam.

LEVERRIER onderzocht een aantal verschillende waarnemingen van lichaampjes, die op de zon gezien waren, met het doel of er ook meerdere voorbijgangen van dezelfde planeet bij konden zijn. Aannemende, dat al die waarnemingen vertrouwen verdienen, moet het waargenomen toch aan sommige eischen voldoen, opdat het betrekking kunne hebben op eene intramercurieele planeet. De beweging moet bijv. noch te snel geweest zijn, waardoor men eerder aan een voorbijtrekkend meteor zou gelooven, noch te langzaam, waardoor het waarschijnlijk zou worden, dat hetzij eene zonnevlek of eene planeet aan deze zijde van Mercurius zou gezien zijn.

Na dus de goede van de slechte waarnemingen gezift te hebben, moesten nog alleen die bij elkander gevoegd worden, die, wat den datum van waarneming aanging, niet te ver uit elkander liepen. Even als de overgangen van Mercurius alleen plaats hebben in het begin van Mei en November, die van Venus alleen in het begin van Juni en December, evenzoo moeten de overgangen van eene andere binnenplaneet in twee tijdperken des jaars vallen, die nagenoeg een half jaar van elkander verschillen; het zijn namelijk die tijdperken, waarin de aarde zich in of nabij de knopenlijn der planeet bevindt.

¹ Men heeft namelijk:

$$\text{(Omloopstijd planeet)}^2 : \text{(omloopstijd aarde)}^2 = 0,1427^2 : 1^2$$

waaruit

$$\begin{aligned} \text{Omloopstijd planeet} &= \text{omloopstijd aarde} \times \sqrt{0,1427^2} \\ &= 365,26 \times 0,05392 = 19,695 \text{ dag} \\ &= 19^d 16^u 41^m. \end{aligned}$$

Ware de zon, uit de aarde gezien, een enkel punt, of althans een zeer klein lichaam, en de planeet evenzoo, dan zou de aarde, tijdens eene zoogenaamde onderste conjunctie, volkomen juist in de knoopenlijn moeten staan, om de planeet op de zon geprojecteerd te zien. Maar nu de zon een tamelijk aanzienlijken schijnbaren straal heeft, nl. van 16 minuten, nu bestaat hieromtrent eenige meerdere speling, en kan eene binnenplaneet, van de aarde uit, ook op de zon geprojecteerd gezien worden, al bevindt zich de aarde bij de onderste conjunctie der planeet niet juist in de knoopenlijn; maar het spreekt wel van zelf dat de planeet zich dan niet over het middelpunt der zon schijnt te bewegen, maar ten noorden of ten zuiden van het middelpunt eene koorde beschrijft. De ruimte van tijd, — vóór en na den doorgang der aarde door de knoopenlijn, — waarin een overgang zichtbaar is, is bij gelijke helling der loopbaan, grooter, naarmate de planeet dichter bij de zon is; en daarom meende LEVERRIER de mogelijkheid te kunnen aannemen, dat de volgende voorbijgangen tot ééne en dezelfde planeet behoorden:

No.	Waarnemer.	Plaats.	Datum.
1.	FRITSCH	Quedlinburg	10 October 1802.
2.	STARK	Augsburg	9 October 1819.
3.	DE CUPPIS	Rome	2 October 1839.
4.	SIDEBOTHAM	Manchester?	12 Maart 1849.
5.	LESCARBAULT	Ogères	26 Maart 1859.
6.	LUMMIS	Manchester	20 Maart 1862.

Wanneer nu de planeet, waarvan sprake is, niet in een cirkel, maar in eene ellips om de zon loopt, (altijd met dien verstande, dat de zon een der brandpunten dier ellips inneemt), dan wordt de geheele omloopstijd ook in het algemeen niet door de beide doorgangen door den klimmenden en een dalenden knoop in twee gelijke deelen gedeeld; dit heeft alleen dan plaats, als de knoopenlijn samenvalt met de groote as. Had men nu, bij het onderzoek of de waargenomene overgangen tot ééne en dezelfde planeet behooren, alleen te doen met overgangen, in dezelfde maand waargenomen, dan zou hierop niet behoeven gelet te worden: men zou alleen maar te onderzoeken hebben of er eene periode bestond, die een evenmatig deel was van de tijdsruimte tusschen de eerste en de tweede, de tweede en de derde waarneming, enz.; maar nu er October- en Maart-overgangen zijn, mag het niet buiten rekening

gelaten worden. In de vooronderstelling dat het overgangen der zelfde planeet zijn, heeft die planeet bij die overgangen gestaan op punten in hare loopbaan, die nagenoeg diametraal tegen elkander over staan. Stel nu, dat behalve de overgangen in den éénen knoop, er ééne waarneming is in den anderen knoop; stel dat men de tijdsruimten tusschen de oogenblikken der waarneming aan eene dergelijke proef onderwerpen wilde, als zooveen bedoeld is, dan zou, rekenende van den eersten waargenomen overgang, de tijdstippen der overgangen in denzelfden knoop als waarin de eerste plaats had, verwijderd zijn een zeker aantal malen den geheelen omloopstijd; maar het tijdstip van dien overgang door den anderen knoop, aan een zeker aantal malen den geheelen omloopstijd met nog een halven omloopstijd er bij. Komt dit nu niet juist uit, dan kan dit, overeenkomstig het gezegde, nog liggen aan eene ellipticiteit der loopbaan; en het verschil kan daarom juist dienen om iets naders omtrent die ellipticiteit af te leiden.

LEVERRIER bericht nu dat de vijf boven vermelde waarnemingen van 1802, 1839, 1849, 1859 en 1862, allen voorgesteld kunnen worden door meer dan ééne formule, die begrepen zijn in de volgende algemeene formule.

$$v = 139^{\circ},94 + 214^{\circ},18 k + (10^{\circ},901252 - 1^{\circ},972472 k) j \\ + (- 5^{\circ},3 + 5^{\circ},5 k) \cos. v$$

waarin k een onbepaald geheel getal is, dat positief of negatief kan zijn.

In deze formule stelt v de ware lengte der planeet voor en j het aantal dagen, verlopen sedert het begin van het jaar 1750.

Men moet dus deze formule aldus opvatten:

De middelbare lengte der planeet bij het begin van het jaar 1750 is $139^{\circ},94$ plus of min k maal $214^{\circ},18$;

de middelbare dagelijksche beweging is

$$10^{\circ},901252 \text{ min of plus } k \text{ maal } 1^{\circ},972472;$$

de herleiding van middelbare lengte tot ware lengte, of de zoogenaamde middelpuntsvereffening is

$$- 5^{\circ},3 + 5^{\circ},5 k \text{ maal de } \cosinus \text{ der middelbare lengte.}$$

In het algemeen genomen bestaat de middelpuntsvereffening, althans benaderd, uit twee termen, waarvan de eene bestaat uit een factor, maal de *cosinus*, de andere uit een' factor, maal de *sinus* der middelbare lengte; maar de laatste kon LEVERRIER niet bepalen, daar de waarnemingen zoo dicht bij de nachteveningspunten plaats hadden en de lengte der planeet dus nagenoeg 0° of 180° en de sinus der lengte

dus nagenoeg = 0 was; daarom is de formule niet volledig, en komt dit gebrek meetkundig daarop neder, dat de groote as aangenomen is te loodrecht te vallen op de lijn der nachteveningen.

Door de planeet, die LEVERRIER voor mogelijk hield, hebben wij deze bedoeld, wier ware heliocentrische lengte door de bovenstaande formule werd voorgesteld. Zij is niet afgeleid uit de *bijzonderheden* der waarnemingen van LESCARBAULT, maar alleen uit de *tijdstippen*, waarop door 5 waarnemers ronde zwarte vlekjes op de zon gezien zijn. Eene zesde waarneming kwam er bij, want HIND merkte op, dat de voorbijgang eener vlek, den 9den October 1819 waargenomen, ook in de formule paste.

LEVERRIER stelde nu in de gevondene formule k achtereenvolgens gelijk aan -2 , -1 , 0 , $+1$, en $+2$, en kwam tot de volgende gevolgtrekkingen:

$k = 0$; de oplossing is zeer juist en is die, welke LEVERRIER reeds vroeger gegeven had; de omlooptijd is 33,02 dagen, en de halve groote as = 0,201.

$k = -1$; de oplossing is even nauwkeurig als de voorgaande; de omlooptijd is 27,96 dagen en de halve groote as = 0,180.

$k = -2$; de oplossing is minder goed; de omlooptijd is 24,25 dagen, kleiner dan de omwentelingstijd der zon om hare as.

$k = +1$; geeft omtrent dezelfde nauwkeurigheid als $k = -2$; omlooptijd = 40,32 dagen.

$k = +2$ laat grove fouten over; omlooptijd 51,75 dagen.

LEVERRIER merkt nog op, dat bij al deze onderstellingen omtrent k de berekende voorbijgangen dicht bij de knoopen omtrent dezelfde bleven, namelijk:

	Voorbijgang in 1859.	Lengte.	Voorbijgang in 1862.	Lengte.
$k = -2$ stellende:	25,55 Maart	184°,9	20,41 Maart	180°,0
$k = -1$ »	25,90 »	185°,2	20,05 »	179°,7
$k = 0$ »	26,37 »	185°,7	19,57 »	179°,2
$k = +1$ »	27,10 »	186°,4	18,82 »	178°,5

Werkelijk had de door LESCARBAULT waargenomen doorgang plaats den 26sten Maart 1859, en de door LUMMIS waargenomene den 20sten Maart 1862.

Stunende op deze overeenkomst en aannemende de lengte van den klimmenden knoop = 12°,9, zooals hij vroeger voor de planeet van

LESCARBAULT had afgeleid, onderzocht LEVERRIER, hoe in de volgende jaren de waarschijnlijkheid was, om op het einde van Maart, als de aarde zich nabij de knoopenlijn zou bevinden, eenen overgang der planeet waar te nemen. Het resultaat was, dat in het jaar 1877 slechts eene flauwe kans daartoe bestond, en dat eerst in 1885 weder eene nieuwe periode van jaren zou aanbreken, waarop, in het begin van April of het einde van Maart, mogelijkheid bestaan kan, deze planeet voor de zon te zien. Tusschen 1877 en 1885 is bij de onderste conjuncties, die in dit gedeelte des jaars plaats hebben de afstand der knoopen te groot, dus de planeet te hoog benoorden of te laag bezuiden het vlak der ekliptika, om op de zon geprojecteerd te kunnen gezien worden. Een dergelijk resultaat gaven de overgangen in de nabijheid van den dalenden knoop in het begin van October of het eind van September.

In Maart 1877 werd op een aantal sterrewachten, onder anderen ook te Leiden en te Utrecht, naar eene planeet op de zon gezocht, maar te vergeefs.

Toen nu de tijding van de door WATSON ontdekte planeet in Europa kwam, droeg de heer MOUCHEZ, de tegenwoordige directeur der sterrewacht te Parijs, den heer GAILLOT op, de vier door LEVERRIER als mogelijk aangeduide loopbanen van de intermercurieele planeet aan de waarneming van WATSON te toetsen.

Daartoe moest eerst, onder verschillende onderstellingen aangaande den afstand van die planeet tot de zon, hare heliocentrische lengte afgeleid en daarna onderzocht worden of de door LEVERRIER afgeleide formule daaraan voldeed.

Voor den afstand der planeet tot de zon nam GAILLOT aan 0,150, 0,195 en 0,240. Voor elk dezer afstanden kon hij nog onderstellen, dat de planeet tijdens de waarneming van WATSON aan *deze* of aan *gene* zijde der zon was, met andere woorden of zij nabij hare onderste of nabij hare bovenste culminatie was.

Hij vond in deze drie onderstellingen het volgende:

De planeet aan deze zijde der zon.			De planeet aan gene zijde der zon.	
Afstand der planeet tot de zon.	Lengte.	Breedte.	Lengte.	Breedte.
0,150	293°57'	—7° 5'	143°54'	—9°37'
0,195	297 42	—5 1	139 38	—7 31
0,240	299 48	—3 50	183 25	—4 59

En, de formule van LEVERRIER voor de lengte der planeet van WATSON aannemende, heeft men:

1e hypothese	$k = - 2$	$300^{\circ},2 = v_1$
2e	$k = - 1$	$48, 6 = v_2$
3e	$k = 0$	$163, 8 = v_3$
4e	$k = + 1$	$262, 7 = v_4$

GAILLOT besluit hieruit, dat er geene benadering hoegenaamd bestaat tusschen de lengten v_2 en v_4 , met de bovenstaande; $v_3 = 163^{\circ},8$ zou beter overeenkomen met de lengten, die de planeet hebben zou, als zij aan *gene* zijde der zon heeft gestaan, maar v_1 komt werkelijk zeer na met de lengte overeen, die de planeet van WATSON hebben moet, als zij aan *deze* zijde der zon staat.

Bij deze berekening schijnt GAILLOT echter meer dan eene rekenfout begaan te hebben; want de planeet had uit de aarde gezien eene lengte *kleiner* dan die der zon (die $126^{\circ}35'$ bedroeg;) of met andere woorden, voor iemand die het hoofd naar de noordpool der ekliptika gericht heeft, stond zij aan de *rechterhand* der zon.

Neemt men nu aan, dat de planeet aan *deze* zijde der zon stond, dan moet zij, uit de zon gezien, links van de aarde gestaan hebben, dat is, eene grootere lengte gehad hebben dan die der aarde, die $306^{\circ}35'$ bedroeg. Bij GAILLOT zijn de drie lengten $293^{\circ}57'$, $297^{\circ}42'$ en $299^{\circ}48'$ kleiner dan dat getal, hetgeen blijkbaar daarvan daan komt, dat hij den hoek aan de zon, tusschen de aarde en de planeet, met een verkeerd teeken heeft aangebracht.

Neemt men daarentegen aan, dat de planeet aan *gene* zijde der zon stond, dan moet zij, uit de zon gezien, rechts van de plaats gestaan hebben, die diametraal tegenover de aarde is; d. i. de lengte moet kleiner zijn dan $126^{\circ} 35'$, terwijl de drie door GAILLOT gegevene lengten $143^{\circ} 54'$ enz. allen grooter zijn.

Bij mijne berekeningen heb ik de laatste mededeeling van WATSON aangaande zijne planeet ten gronde gelegd, dat zij had

eene rechte opklimming van $126^{\circ}51'$,
 en eene declinatie van $18^{\circ}16'$,

Dit omgezet in lengte en breedte geeft: lengte $124^{\circ}43',3$,
 breedte $-0^{\circ}51',3$.

In aanmerking nemende, dat de lengte der zon tijdens de waarneming, die te 10u. 5m. (des namiddags) middelb. tijd te Parijs plaats had, $126^{\circ}35',5$ bedroeg, dan vond ik in plaats van de boven opgegevene getallen de volgende.

Afstand der planeet tot de zon.	De planeet aan deze zijde der zon.		De planeet aan gene zijde der zon.	
	Heliocentrische Lengte.	Breedte.	Heliocentrische Lengte.	Breedte.
0,150	$317^{\circ}31'$	$- 4^{\circ}58'$	$141^{\circ}18'$	$- 6^{\circ}38'$
0,195	314 31	$- 3 37$	138 17	$- 5 18$
0,240	312 39	$- 2 47$	136 25	$- 4 28$

Ook ingevolge deze berekening biedt alleen de eerste hypothese, $k = - 2$, eene redelijke overeenkomst aan.

Die hypothese geeft eene middelbare dagelijksche beweging van $14^{\circ},846198$, zoo als men licht vindt, als men let op hetgeen boven aangaande de formule van LEVERRIER is medegedeeld. Deze deelende in 360° , vindt men voor den omloopstijd 24,24863 dagen, of 0,06638797 sideraal jaar; maar hieruit kan men door de derde wet van KEPLER den middelbaren afstand vinden, door namelijk dit getal in de tweede macht te verheffen en uit het komende de derde-machts-wortel te trekken. Men verkrijgt dan 0,1639556.

Uit de boven gegevene getallen kan men licht afleiden dat bij dezen afstand van de zon de planeet van WATSON eene geocentrische lengte van ongeveer $316^{\circ},5$ zou moeten gehad hebben; hetgeen dus niet veel van de $300^{\circ},2$ verschilt, die uit de formule van LEVERRIER volgt, aannemende $k = - 2$. De overeenstemming kan nu volkomen gemaakt worden, door nog datgene aangaande de elliptische loopbaan er bij aan te nemen, wat wij boven reeds hebben opgemerkt, dat nog slechts onvolkomen werd voorgesteld. Wij zeiden dat die onvolkomenheid een gevolg was van de omstandigheid, dat de gebruikte doorgangen alle dicht bij de nachteveningspunten waren waargenomen. De verklaring hiervan is deze, dat er, zoo als boven is opgemerkt, even als een term, waarin de *cosinus* der lengte voorkomt, nog een tweede behoort te zijn, waarin de *sinus* der lengte voorkomt. Van dezen term bleef

de coëfficiënt (of vermenigvuldiger) onbepaald, maar nu kon die bepaald worden door de berekening in volkomene overeenstemming te brengen met de planeet van WATSON. Op die wijs vond ik, dat de excentriciteit moest bedragen 0,1472 (GAILLOT heeft ook ongeveer hetzelfde nl. 0,14), en de lengte van het perihelium $123^{\circ}21'$ (GAILLOT heeft 74°), en de lengte van den klimmenden knoop $= 10^{\circ}$ aannemende, hetgeen weinig verschilt van de waarde die de waarneming van LESCARBAULT geeft, verkrijg ik eene helling van 6 tot 7 graden.

GAILLOT komt tot het besluit, dat uit zijne berekeningen geenszins de identiteit volgt van de planeet van WATSON met die, waarvan LEVERRIER de formule gegeven heeft, maar dat er ook geenszins tegenstrijdigheid bestaat tusschen het bestaande en het hypothetische hemellichaam. Om de vraag te beslissen, moeten wij verdere waarnemingen afwachten.

Zoo als gezegd, hebben wij de berekeningen, door GAILLOT aangegeven, zelf ook volbracht, en de bijzonderheden nagegaan, betreffende de overgangen, waarop LEVERRIER zijne berekeningen gegrondvest heeft. Wij hebben daaromtrent het volgende gevonden. In de eerste plaats is er, bij aanneming van de door LEVERRIER aangegevene formule geene mogelijkheid de waarneming van SIDEBOTHAM met de anderen door ééne planeet voor te stellen, en ik zou haast durven beweren, dat GAILLOT die bij zijn eerste onderzoek reeds heeft moeten verwerpen. In zijne tweede mededeeling, van 30 September, zegt hij dat LEVERRIER reeds tot het besluit was gekomen der noodzakelijkheid hiertoe. Ik merk nochtans op, dat dit bepaaldelijk alleen slaat op de formule van LEVERRIER, zoodat als men een andere formule toetste, wellicht de waarneming van SIDEBOTHAM wel zou blijken bruikbaar te zijn.

De formule van LEVERRIER, na daarin $k = -2$ gesteld te hebben, aan al de opgenoemde waarnemingen toetsende, (waarbij bij gebrek aan kennis van het uur der waarneming aangenomen werd, dat zij op den middag gedaan is), blijkt namelijk dat de waarneming van SIDEBOTHAM eene afwijking van 59 graden oplevert, zijnde de lengte der planeet naar die formule zooveel kleiner dan de lengte der aarde, uit de zon gezien. Dat dan bij geene mogelijkheid de planeet op de zon geprojecteerd geweest is, spreekt van zelf. Doch ook bij de planeet van WATSON blijft dan eene fout van ongeveer 18 graden over.

De waarneming van SIDEBOTHAM uitsluitende, kan men eene loopbaan zoeken, die *zoo goed mogelijk* aan de overigen voldoet, maar daar

de waarneming van WATSON voor vrij nauwkeurig moet gelden, kan men als voorwaarde aannemen, dat aan deze *strikt nauwkeurig* voldaan wordt. Op die wijze heb ik de volgende loopbaan verkregen:

Middelbare lengte tijdens de waarneming van FRITSCH, 1802	
October 10,0.	28°,3
Middelbare dagelijksche beweging.	14°,846654
Excentriciteit.	0,1472
Halve groote as	0,1639522
Lengte van het perihelium	123°21'

Maar de overblijvende fouten in lengte zijn dan de volgende, (Berekening — Waarneming:)

10 October 1802 (FRITSCH).	— 4°,8
9 October 1819 (STARK).	+ 4,2
2 October 1839 (DE CUPPIS).	+ 2°,4
26 Maart 1859 (LESCARBAULT).	+ 7,8
20 Maart 1862 (LUMMIS).	— 7,9
29 Juli 1878 (WATSON).	0,0

Het behoeft nauwelijks betoog, dat bij de waarneming van LESCARBAULT geene fout in lengte van 7°,8 te dulden is. Die waarneming is veel te nauwkeurig gedaan, aan haar moet geheel voldaan worden. Maar dan blijkt wel dat de waarneming van LUMMIS vervallen moet want, moet de vorm en ligging der baan zoover veranderd worden, dat de lengte der planeet den 26sten Maart 1859 7°,8 kleiner wordt, dan wordt de fout den 20sten Maart 1862 ook nagenoeg evenveel veranderd; men zou dus daar eene lengte verkrijgen, die 15°,7 te klein was, hetgeen weder te veel is. Maar bezien wij hetgeen van die waarneming bekend is, dan zien wij dat het lichaam, dat LUMMIS op de zon heeft gezien, onmogelijk eene intra-mercurieele planeet kan geweest zijn, want LUMMIS vermeldt dat de door hem geziene ronde vlek van 8u. 28m. tot 8u. 50m., dus in 22 minuten tijds, 12 minuten boogs had afgelegd. Hier zou dus een snel voorbijgaand meteor gezien zijn. Als het een cosmisch lichaam geweest is, dan is het wellicht, even als vele kometen, van ver buiten het zonnestelsel tot ons gekomen, om na het beschrijven eener hyperbolische loopbaan even zoo weder te verdwijnen. Sluit men nu de waarneming van LUMMIS uit, dan blijven er nog 5 over; men kan nu verlangen, ook aan de waarneming van LESCARBAULT geheel te voldoen; aldus heeft GAILLOT de vraag op

nieuw opgevat, en zijn resultaat in de fransche akademie van wetenschappen medegedeeld. Het is het volgende:)

Middelb. lengte op midd. Parijzer middag	
1 Januari 1850	165°,89
Middelbare dagelijksche beweging	14°,845630
Excentriciteit	0,2538
Lengte van het perihelium	155°,3

Deze loopbaan sluit nu ook geheel op de waarneming van FRITSCH aan, zoodat de overblijvende fouten de volgende zijn:

10 October 1802 (FRITSCH)	0°,0
9 October 1819 (STARK)	+ 2,4
2 October 1839 (DE CUPPIS)	- 2,4
26 Maart 1859 (LESCARBAULT)	0,0
29 Juli 1878 (WATSON)	0,0

Dat wil zeggen, op de eerste, voorlaatste en laatste waarneming sluit de opgegevene loopbaan volkomen aan, maar voor den 9den October 1820 wordt de heliocentrische lengte 2°,4 te groot, en voor den 2den October 1839 2°,4 te klein genomen.

Dit verschil is niet te groot, want de tijd, waarop STARK en DE CUPPIS hunne waarneming deden, is niet aangegeven, en 2°,4 stemt met eene beweging in 4 uren overeen.

De aarde had bij de waarneming van FRITSCH eene lengte = 16°,4, of, dit door de praecessie op het nachteveningspunt van 1878 herleidende, en er dus $76 \times 50''2 = 3815'' = 1^\circ,1$ bijvoegende: 17°,5
 Evenzoo bij de waarn. van STARK $15^\circ,3 + 59 \times 50''2 = 16,1$
 bij » » » DE CUPPIS $8,6 + 39 \times 50''2 = 8,9$
 bij » » » LESCARBAULT $5,3 + 19 \times 50''2 = 180, + 5,6$

Nemen wij nu, zonder op die 180° te letten, het midden van de andere getallen, dan verkrijgen wij voor de gemiddelde lengte der knoop, die zich aan de zijde bevindt, waar de aarde zich in October bevindt, 12°,0. Dit komt zeer nabij overeen met de lengte van den klimmenden knoop, zooals uit de waarneming van LESCARBAULT afgeleid was. Maar toen GAILLOT nu naging, welke helling aan de loopbaan moest toegekend worden, om de waarneming van WATSON voor te stellen, verkreeg hij 4° 4', en tegen zulk eene geringe helling is dit in te brengen, dat, als zij bestond, de planeet elk jaar, in April en October, eenen

voorbijgang over de zon zou moeten vertoonen, hetgeen niet aan te nemen is, daar het de opmerkzaamheid der waarnemers onmogelijk had kunnen ontgaan.

Ik geloof, dat er nog twee opmerkingen ten dezen opzichte te maken zijn. In de eerste plaats heeft LESCARBAULT zoo nauwkeurig tijd en plaats van in- en uitgang zijner planeet aangegeven, dat het niet aangaat, die waarnemingen geheel te verwerpen. Van hare realiteit was LEVERRIER, die een onderzoek *in loco* heeft ingesteld, overtuigd. Nu gaf de waarneming van LESCARBAULT eene helling der loopbaan op de ekliptika van 12° , en de gevondene waarde van $4.4'$ wijkt hier te veel van af. Zoo als ik in het vorige opstel zeide, de 1^e planeet van WATSON is te veel noordelijk, om de planeet van LESCARBAULT te kunnen zijn.

Eene tweede opmerking betreft den grondslag der geheele berekening. Men moet noodzakelijk tot de origineele verhalen opklimmen, die de waarnemers zelve gegeven hebben. Wat zegt nu FRITSCH aangaande zijne waarneming van den 10den October 1802? Men vindt het op blz. 183 van het *Berl. Astr. Jahrbuch* voor 1806. Schrijvende aan den uitgever van het jaarboek, den sterrekundige BODE te Berlijn, zegt FRITSCH:

“Uw denkbeeld dat de heer DANGOS slechts een meteor waargenomen heeft (*Berl. Jahrb.* 1801, p. 229) vind ik zeer waarschijnlijk, ik geloof dat het met mijne zoo snel voorbijgegane zonnevlekken even zoo gesteld kan zijn. Den 10den October (1802) was ik op het punt, weder zulk eene waarneming te doen. De hemel was eenigszins ongunstig. Eene kleine ronde vlek vertoonde zich op de zon, en toen ik haar met meerdere andere in rechte opklimming vergeleken had, en dit na 3 minuten wilde herhalen, had zij zich reeds 2 minuten in rechte opklimming vooruitbewogen. De toenemende wolken lieten mij nauwelijks toe deze waarneming te eindigen; toen ik vier uur later bij weér helder geworden lucht de zon weder beschouwde, was de vlek niet meer voorhanden. Over het algemeen heb ik sedert kort over het snelle verdwijnen en ontstaan van geheele rijen vlekken weder eenige belangrijke bijzonderheden opgemerkt. Vreemd is het dat sommige vlekken een iets verder inschuiven of een iets verder uitschuiven der oogbuis vorderen. Ik hoop nog veel belangrijks in dit opzicht te bemerken, daar ik dagelijks, wanneer het helder is, en zoo mogelijk dicht bij den middag, de zon waarneem.”

Het blijkt hieruit dat FRITSCH zijne waarneming vermeldt, terwijl

er van *snel voorbijtrekkende* ronde vlekken sprake is; in 3 minuten 2' rechte opklimming, dat is den straal der zon in 48 minuten; ik besluit hieruit dat het door FRITSCH geziene voorwerp geene intra-mercurieele planeet kan zijn, evenmin als het door LUMMIS bedoelde.

Laten wij nu de waarneming van FRITSCH ook vervallen, dan blijven er alleen over die van STARK, DE CUPPIS, LESCARBAULT en WATSON.

Het zal nu wel altijd mogelijk zijn eene loopbaan te vinden, die, wat de heliocentrische lengten aangaat, aan deze vier waarnemingen geheel voldoet; — het komt namelijk overeen met het vraagstuk, een stel van vier vergelijkingen, tot den eersten graad, met vier onbekenden op te lossen, — daar dit nu altijd mogelijk is, zoo wordt er niets of althans nog zeer weinig door bewezen; eerst wanneer vijf, zes, zeven... verschijningen door ééne loopbaan verklaard worden, wordt die loopbaan waarschijnlijk; en wat de boven aangehaalde waarnemingen aangaat, houd ik de beide waarnemingen van LESCARBAULT en WATSON voor zeer moeilijk vereenigbaar.

GAILLOT beproeft in de *Comptes Rendus* van 30 September nog, of de tweede planeet van WATSON ook met een der loopbanen van LEVERRIER in overeenstemming te brengen is. Hij komt tot een vrij gunstig resultaat ten opzichte der 2^{de} loopbaan, waarin $k = -1$ gesteld was. Maar daar hij ook hier gebruik maakt van de waarnemingen van FRITSCH en LUMMIS, heeft mijns inziens het onderzoek geene waarde hoegenaamd. Daar GAILLOT voor de helling 17° verkrijgt, vertrouwt hij ook zelf zijne uitkomst niet, daar hij bij zulk eene helling het twijfelachtig vindt of de planeet op zooveel verschillende dagen des jaars wel voor de zon gezien kan zijn.

Wij komen tot het besluit, dat het zeer goed mogelijk is, dat er zelfs twee intra-mercurieele planeten bestaan, maar dat het voorshands niet mogelijk is, iets zekers ten haren opzichte mede te deelen.

Uit een schrijven van GAILLOT blijkt, dat hij het onderzoek nog voortzet. Worden nadere resultaten daaromtrent door hem bekend gemaakt, dan zullen wij de lezers van dit tijdschrift daarvan op de hoogte houden.